

Fenômenos de transportes

mecânica dos fluidos



Reitor

Targino de Araújo Filho

Vice-Reitor

Adilson J. A. de Oliveira

Pró-Reitora de Graduação

Claudia Raimundo Reyes



Secretária Geral de Educação a Distância - SEaD

Aline Maria de Medeiros Rodrigues Reali

Coordenação SEaD-UFSCar

Daniel Mill

Glauber Lúcio Alves Santiago

Marcia Rozenfeld G. de Oliveira

Sandra Abib

Coordenação UAB-UFSCar

Daniel Mill

Sandra Abib

**Coordenador do Curso de
Tecnologia Sucrialcooleira**

Gilberto Miller Devós Ganga

UAB-UFSCar

Universidade Federal de São Carlos

Rodovia Washington Luís, km 235

13565-905 - São Carlos, SP, Brasil

Telefax (16) 3351-8420

www.uab.ufscar.br

uab@ufscar.br



EdUFSCar

Conselho Editorial

Ana Claudia Lessinger

José Eduardo dos Santos

Marco Giulietti

Nivaldo Nale

Oswaldo Mário Serra Truzzi (Presidente)

Roseli Rodrigues de Mello

Rubismar Stolf

Sergio Pripas

Vanice Maria Oliveira Sargentini

EdUFSCar

Universidade Federal de São Carlos

Rodovia Washington Luís, km 235

13565-905 - São Carlos, SP, Brasil

Telefax (16) 3351-8137

www.editora.ufscar.br

edufscar@ufscar.br

Wu Hong Kwong

Fenômenos de transportes

mecânica dos fluidos

São Carlos



EdUFSCar

2015

© 2010, Wu Hong Kwong

Concepção Pedagógica

Daniel Mill

Supervisão

Douglas Henrique Perez Pino

Revisão Linguística

Clarissa Galvão Bengtson

Daniel William Ferreira de Camargo

Kamilla Vinha Carlos

Paula Sayuri Yanagiwara

Rebeca Aparecida Mega

Diagramação

Izis Cavalcanti

Juan Toro

Vagner Serikawa

Capa e Projeto Gráfico

Luís Gustavo Sousa Sguissardi

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar

W959f	Wu, Hong Kwong. Fenômenos de transportes : mecânica dos fluidos / Wu Hong Kwong. -- São Carlos : EdUFSCar, 2010. 153 p. -- (Coleção UAB-UFSCar).
	ISBN – 978-85-7600-201-7
	1. Mecânica dos fluidos. 2. Manometria. 3. Massa - conservação. 4. Energia - conservação. I. Título.
	CDD – 620.106 (20 ^a) CDU – 532

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra pode ser reproduzida ou transmitida por qualquer forma e/ou quaisquer meios (eletrônicos ou mecânicos, incluindo fotocópia e gravação) ou arquivada em qualquer sistema de banco de dados sem permissão escrita do titular do direito autoral.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	11
---------------------------	----

UNIDADE 1: Introdução à mecânica dos fluidos

1.1 Primeiras palavras	15
1.2 Problematizando o tema	15
1.3 Conceituação de um fluido	16
1.4 Propriedades dos fluidos	17
1.5 Tensão em um ponto	18
1.6 Pressão	19
1.7 O fluido e o contínuo	19
1.8 Lei de viscosidade de Newton – coeficiente de viscosidade	19
1.9 Reologia dos fluidos	22
1.10 escoamento laminar e turbulento	25
1.11 Experiência de Reynolds	26
1.11.1 Número de Reynolds	27
1.12 Algumas definições	28

UNIDADE 2: Estática dos fluidos

2.1	Introdução	37
2.2	Pressão	37
2.3	Variação da pressão com a posição	37
2.4	Relação de pressão	41
2.5	Manometria	43
2.6	Empuxo	46
2.7	Exercício resolvido	46

UNIDADE 3: Balanço global de massa

3.1	Primeiras palavras	51
3.2	Problematizando o tema	51
3.3	Sistemas <i>versus</i> volumes de controle	51
3.4	Balanço global de massa (BGM)	52
3.4.1	Princípio da conservação de massa a um volume de controle fixo no espaço	52
3.5	Simplificações	55

UNIDADE 4: Balanço global de energia

4.1	Primeiras palavras	65
4.2	Balanço global de energia (BGE)	65

4.3	Simplificações	70
4.4	Balanço global de energia mecânica (BGEM)	74
4.5	Tubo de Pitot	76
4.6	Exercícios resolvidos	79

UNIDADE 5: Balanço global de quantidade de movimento

5.1	Balanço global de quantidade de movimento (BGQM)	91
5.2	Simplificações	92
5.3	Observação	98
5.4	Exercícios resolvidos	98

UNIDADE 6: Camada limite

6.1	Introdução	107
6.2	Camada limite	107
6.2.1	Perfil de velocidade na camada limite laminar	109
6.3	Coeficiente de resistência	111
6.3.1	Resistência em escoamento sobre uma placa plana	112
6.4	Exercício resolvido	114

UNIDADE 7: Escoamento turbulento

7.1	Primeiras palavras	119
7.2	Problematizando o tema	119

7.3	Escoamento turbulento	120
7.3.1	Velocidade média no tempo	120
7.4	Distribuição de velocidade em um tubo circular liso	121
7.5	Observações	124
7.6	Exercícios resolvidos	124
7.7	Exercício	126

UNIDADE 8: Equações de projeto para escoamento de fluidos incompressíveis

8.1	Primeiras palavras	129
8.2	Problematizando o tema	129
8.3	Fator de atrito em tubos circulares	129
8.4	Escoamento laminar	130
8.5	Escoamento turbulento	132
8.6	Rugosidade relativa	133
8.6.1	Rugosidade relativa para tubos comerciais	136
8.7	Algumas equações para cálculo de escoamento de fluidos incompressíveis	136
8.7.1	Formas de cálculo de l_{wf} para canos	136
8.7.2	BGEM para canos não horizontais e com bomba ou turbina	140
8.8	Comprimento equivalente	140

8.9 Aplicações	143
REFERÊNCIAS	151

APRESENTAÇÃO

Como o principal objetivo neste livro é o projeto de sistemas bomba-tubulação, em que um fluido será bombeado de um ponto até outro, é importante saber os vários tipos de fluidos que existem, os quais serão estudados na Unidade 1. Durante o escoamento, há variações na pressão do fluido e a Unidade 2 tratará sobre isso. Devido ao deslocamento de fluido nesses sistemas, o desenvolvimento das equações parte da aplicação dos princípios de conservação de massa, energia e quantidade de movimento, que serão vistos nas Unidades 3, 4 e 5, respectivamente. A velocidade do fluido dentro do tubo pode ser alta ou baixa, assim é importante saber as características de cada caso. Essas características serão apresentadas nas Unidades 6 e 7. E, finalmente, o projeto desses sistemas em si será tratado na Unidade 8, na qual será aplicado o que foi visto nas Unidades 1 a 7.

UNIDADE 1

Introdução à mecânica dos fluidos

1.1 Primeiras palavras

O estudo dos princípios dos fenômenos de transporte tem um papel importante na compreensão e na solução dos problemas que envolvem escoamento de fluidos, transporte de calor e transferência de massa. Esta unidade objetiva transmitir os princípios básicos e os conceitos da mecânica dos fluidos, que são essenciais na análise e no projeto dos sistemas em que o fluido é o meio atuante.

Os tópicos abordados são:

- Introdução à mecânica dos fluidos;
- Estática dos fluidos;
- Balanço global de massa;
- Balanço global de energia;
- Balanço global de quantidade de movimento;
- Escoamento em camada limite;
- Distribuição de velocidade e atrito no escoamento turbulento;
- Equações de projeto para escoamento de fluidos incompressíveis.

1.2 Problematizando o tema

A mecânica dos fluidos é o estudo dos fluidos em movimento (dinâmica dos fluidos) ou em repouso (estática dos fluidos) e dos efeitos subsequentes do fluido sobre os contornos, que podem ser superfícies sólidas ou interfaces com outros fluidos.

O transporte de um fluido (líquido ou gás) num conduto fechado (que é comumente chamado de tubo se sua seção transversal é circular e duto se a seção for não circular) é extremamente importante no cotidiano.

Um exemplo típico de aplicação da mecânica dos fluidos é o sistema bomba-tubulação mostrado na Figura 1.1, em que água é bombeada entre dois reservatórios e o objetivo é calcular a potência requerida pela bomba. A figura mostra alguns componentes básicos de uma tubulação típica. Alguns componentes importantes das tubulações são: os tubos (que podem apresentar vários diâmetros), as várias conexões utilizadas para conectar os tubos e, assim, formar o sistema desejado, os dispositivos de controle de vazão (válvulas) e as bombas ou turbinas (que adicionam ou retiram energia do fluido).

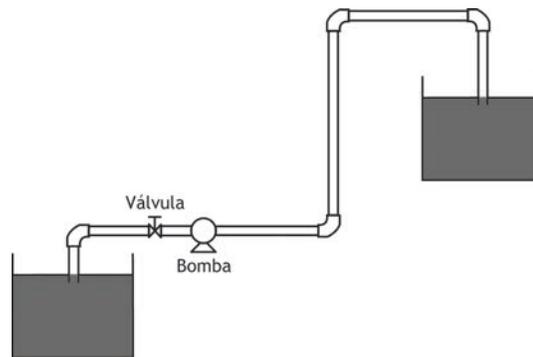


Figura 1.1 Sistema bomba-tubulação.

1.3 Conceituação de um fluido

Do ponto de vista da mecânica dos fluidos, toda matéria encontra-se em somente dois estados, fluido e sólido. A distinção está ligada à reação dos dois à aplicação de uma tensão de cisalhamento ou tangencial. Um sólido pode resistir a uma tensão de cisalhamento por uma deformação estática (Figura 1.2) ou pode quebrar completamente, sendo a deformação proporcional à força. No entanto, qualquer tensão de cisalhamento aplicada a um fluido, não importa quão pequena, resultará em movimento deste (Figura 1.3). A substância muda continuamente de forma (escoa), enquanto a tensão de cisalhamento permanece aplicada, e a velocidade aumenta com a intensidade da força.

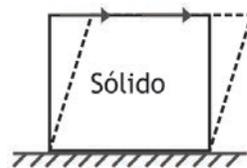


Figura 1.2 Aplicação de uma tensão de cisalhamento a um sólido.

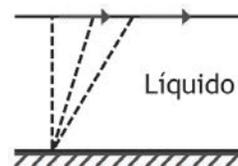


Figura 1.3 Aplicação de uma tensão de cisalhamento a um fluido.

Há duas classes de fluidos: os líquidos e os gases.

Um líquido, sendo composto de moléculas relativamente agrupadas com forças coesivas fortes, tende a manter seu volume e formar uma superfície livre em um campo gravitacional se sua parte superior não estiver confinada (Figura 1.4).

Os líquidos são resistentes à redução do próprio volume e, portanto, são considerados incompressíveis.



Figura 1.4 Recipiente contendo líquido.

Como as moléculas de gás são amplamente espaçadas, com forças coesivas desprezíveis, um gás é livre para se expandir até ocupar todas as partes do recipiente que o contém (Figura 1.5). Os gases são considerados compressíveis, pois ao serem submetidos à ação de uma força sofrem redução de seu volume.

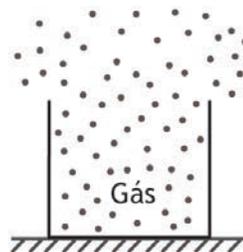


Figura 1.5 Recipiente contendo gás.

1.4 Propriedades dos fluidos

Massa específica

A massa específica de uma substância, designada por ρ , é definida como massa por unidade de volume.

Peso específico

O peso específico, designado por γ , é o volume ocupado por uma unidade de massa.

Densidade

A densidade de um fluido, designada por SG (*specific gravity*), é definida como a razão entre a massa específica do fluido e a massa específica da água numa certa temperatura. Usualmente, a temperatura especificada é 4°C (nessa temperatura a massa específica da água é 1000 kg/m^3).

Viscosidade

A massa específica e o peso específico são propriedades que indicam o “peso” de um fluido. É claro que essas propriedades não são suficientes para

caracterizar o comportamento dos fluidos, porque dois fluidos (como a água e o óleo) podem apresentar massas específicas aproximadamente iguais, mas se comportarem muito distintamente quando escoam. Assim, torna-se aparente que é necessária alguma propriedade adicional para descrever a “fluidez” das substâncias. Essa propriedade adicional é denominada viscosidade e designada por μ . Dessa forma, a taxa de deformação de um fluido é diretamente ligada à viscosidade do fluido. Para uma determinada tensão, um fluido altamente viscoso deforma-se numa taxa menor do que um fluido com baixa viscosidade.

1.5 Tensão em um ponto

Existem duas espécies de forças que atuam no fluido:

Forças de campo: atuam sem contato físico. Exemplo: força gravitacional ou peso, força eletrostática.

Forças de superfície: precisam de contato físico para transmissão. Exemplo: pressão, força de atrito.

As forças de superfície podem ser decompostas em duas componentes:

1. componentes tangenciais (cisalhamento);
2. componentes normais (compressão).

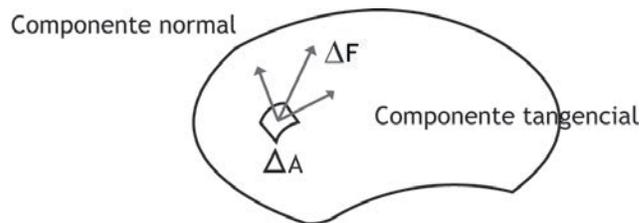


Figura 1.6 Força atuando num ponto da superfície de um fluido.

A força dividida pela área na qual ela age é chamada de tensão. O vetor força dividido pela área é o vetor de tensão, a componente normal da força dividida pela área é a tensão normal, e a força tangencial dividida pela área é a tensão de cisalhamento.

A tensão normal σ_n é, matematicamente, definida como:

$$\sigma_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A} = \frac{dF_n}{dA}$$

A tensão de cisalhamento τ_s é, matematicamente, definida como:

$$\tau_s = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_s}{\Delta A} = \frac{dF_s}{dA}$$

Portanto, a tensão é uma força de superfície por unidade de área.

σ_n e τ_s são componentes de força por unidade de área.

1.6 Pressão

Em mecânica dos fluidos, a pressão resulta de uma força de compressão normal agindo sobre uma área (Figura 1.7). A pressão P é definida como:

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A}$$

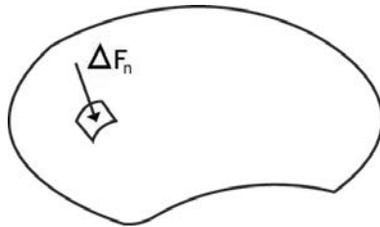


Figura 1.7 Força de compressão normal.

1.7 O fluido e o contínuo

No estudo da mecânica dos fluidos é conveniente assumir que ambos, gases e líquidos, sejam distribuídos continuamente pela região de interesse, isto é, o fluido é tratado como contínuo. Dessa forma, admitimos que todos os processos matemáticos (do cálculo) possam ser tomados em um sentido significativo e que qualquer volume de fluido possa ser continuamente subdividido em volumes cada vez menores, mantendo a característica contínua do fluido.

1.8 Lei de viscosidade de Newton – coeficiente de viscosidade

Imagine duas placas paralelas de grande tamanho, conforme Figura 1.8.

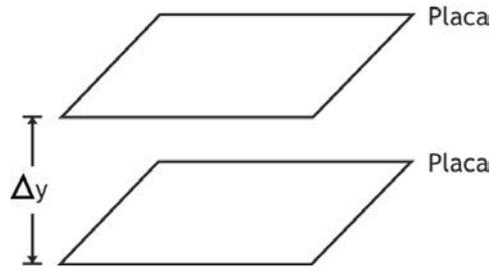


Figura 1.8 Placas infinitas e paralelas.

Imagine um fluido em repouso entre as placas para $t < 0$ (Figura 1.9) e que num dado instante $t = 0$ a placa superior move-se uniformemente à velocidade u (Figura 1.10). Não existe deslizamento entre o fluido e as placas. O fluido em contato com a placa superior se move com a velocidade desta, u , uma vez que o fluido em contato com a placa inferior apresenta velocidade nula. Para t pequeno, o escoamento encontra-se em estado não estacionário e o fluido entre as duas placas se move com velocidade $u_x = f(y, t)$ (Figura 1.11). Depois de um tempo suficientemente grande, o escoamento atinge o estado estacionário (Figura 1.12). Note que a velocidade, agora, é função só de y e tem perfil de velocidade linear (se não existir gradiente de pressão ao longo das placas no sentido do movimento).

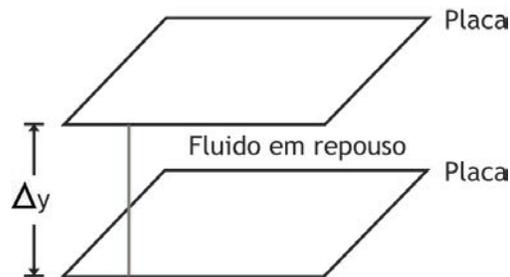


Figura 1.9 Fluido em repouso entre duas placas infinitas.

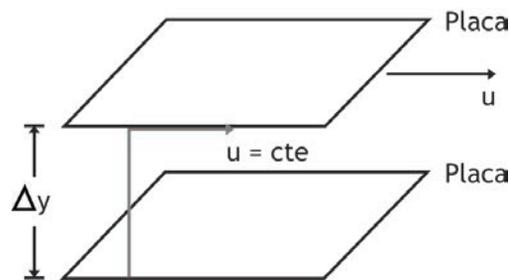


Figura 1.10 Placa superior move-se com velocidade constante.

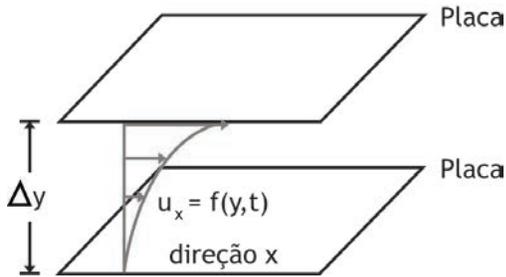


Figura 1.11 Perfil de velocidade do fluido após um pequeno intervalo de tempo.

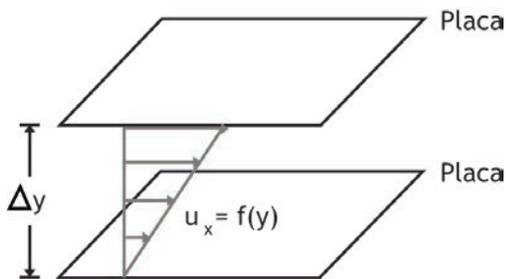


Figura 1.12 Perfil de velocidade do fluido no estado estacionário.

Para fluidos newtonianos, a tensão de cisalhamento τ (força aplicada por unidade de área da placa, necessária para manter a velocidade constante) é proporcional a Δu e inversamente proporcional a Δy :

$$\tau \propto \frac{\Delta u}{\Delta y}$$

ou

$$\tau = \mu \frac{\Delta u}{\Delta y}$$

em que μ é uma viscosidade média em Δy .

Como u geralmente não varia linearmente com y , então é mais exato fazer $\Delta y \rightarrow 0$:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \text{ Lei de Newton da viscosidade.}$$

Grosso modo, viscosidade é uma medida da resistência do fluido ao cisalhamento quando o fluido se move (um fluido não pode resistir ao cisalhamento sem que se mova, como pode um sólido).

Como a razão μ/ρ aparece em muitas equações de escoamento de fluido, esse termo tem sido definido como viscosidade cinemática ν .

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \text{ cm}^2/\text{s} = \text{stoke}$$

1.9 Reologia dos fluidos

Reologia: ciência que estuda a deformação e o escoamento de materiais.

Os fluidos que obedecem a relação $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ são chamados fluidos newtonianos.

Essa relação $\tau \times \underbrace{\frac{du}{dy}}_{\text{velocidade de cisalhamento}}$ é linear.

A Figura 1.13 mostra o comportamento desses fluidos.

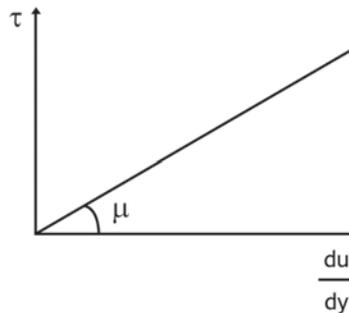


Figura 1.13 Relação entre a tensão de cisalhamento e a velocidade de cisalhamento para fluidos newtonianos.

Felizmente, muitos dos fluidos comuns, tais como o ar, a água e o óleo, são newtonianos. Fluidos que não seguem a relação linear são chamados não newtonianos e são tratados em livros sobre reologia.

A Figura 1.14 compara dois exemplos de fluidos não newtonianos com um fluido newtoniano.

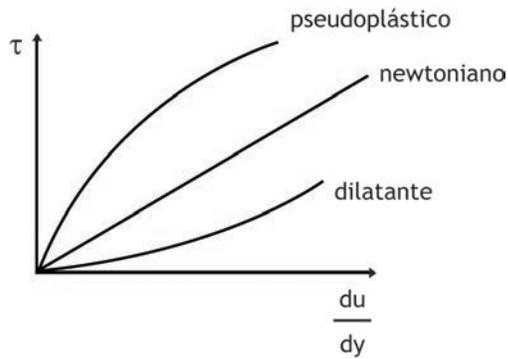


Figura 1.14 Relação entre a tensão de cisalhamento e a velocidade de cisalhamento para diversos tipos de fluido.

A relação $\tau \times \frac{du}{dy}$ é não linear. Uma fórmula geral aproximada da relação é dada por:

$$\tau = K \left(\frac{du}{dy} \right)^n$$

em que:

K = índice de consistência

n = índice de comportamento

$n = 1$ newtoniano

$0 < n < 1$ pseudoplástico

$n > 1$ dilatante

Fluidos dilatantes ficam mais resistentes ao movimento com o aumento da taxa de tensão, e os pseudoplásticos ficam menos resistentes ao movimento com o aumento da taxa de tensão.

Para os fluidos pseudoplásticos, tem-se que:

$$0 < n < 1$$

$$\tau = \underbrace{\left[K \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1} \right]}_{\text{viscosidade aparente}} \frac{du}{dy}$$

Portanto, a viscosidade aparente diminui com o aumento de $\frac{du}{dy}$. Um exemplo de fluido pseudoplástico é a solução de polímeros. A maioria dos fluidos não newtonianos é pseudoplástica.

Para os fluidos dilatantes, tem-se que $n > 1$ e a viscosidade aparente aumenta com $\frac{du}{dy}$. Exemplos de fluidos dilatantes são: areia movediça, suspensão de amido e suspensão de silicato de potássio.

Outro tipo de fluido é o de comportamento plástico ideal (ou fluido de Bingham), que requer uma tensão de cisalhamento mínima (τ_p) para haver movimento. Submetido a tensões menores que τ_p , ele se comporta como sólido; submetido a tensões maiores que τ_p , um gráfico de τ em função de $\frac{du}{dr}$ é representado por uma reta. O escoamento linear idealizado do plástico de Bingham é mostrado na Figura 1.15. Suspensões de argila e pasta de dentes são exemplos que também necessitam de uma tensão mínima para que haja movimento, mas elas não têm uma relação linear da taxa de esforço-deformação.

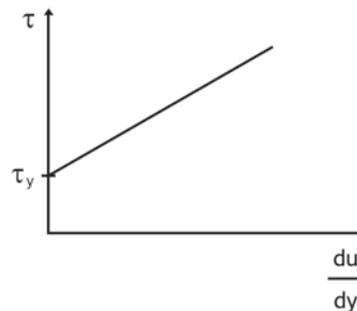


Figura 1.15 Relação entre a tensão de cisalhamento e a velocidade de cisalhamento para um fluido de Bingham.

Assim:

$\tau < \tau_p$ comporta-se como sólido

$\tau \geq \tau_p$ comporta-se como newtoniano

$$\tau = \tau_p + \mu_p \frac{du}{dy}, \tau \geq \tau_p$$

μ_p = constante análoga à viscosidade de Newton

Uma complicação adicional ao comportamento não newtoniano é o efeito transiente mostrado na Figura 1.16. Alguns fluidos requerem um aumento gradual da tensão de cisalhamento τ para manter uma taxa de deformação $\frac{du}{dr}$ constante e são chamados reopéticos. Um exemplo de fluido reopético é a suspensão de pentóxido de vanádio. O caso oposto seria um fluido que adelgaça com o tempo e requer tensões decrescentes, sendo chamado tixotrópico. Exemplos de fluidos tixotrópicos são as tintas e as margarinas.

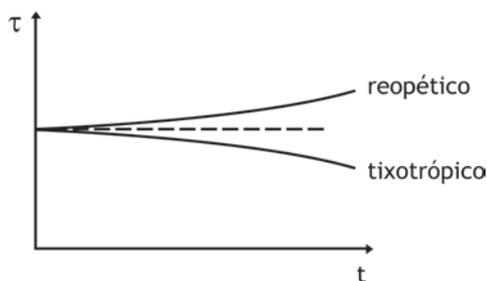


Figura 1.16 Relação entre a tensão de cisalhamento e a velocidade de cisalhamento para fluidos reopético e tixotrópico.

1.10 escoamento laminar e turbulento

A denominação *escoamento laminar* é utilizada para indicar um escoamento que se processa em lâminas ou camadas, que deslizam umas sobre as outras sem mistura macroscópica, em contraposição ao *escoamento turbulento*, no qual as componentes de velocidade sofrem flutuações aleatórias impostas a seus valores médios e aparecem turbilhões, provocando mistura macroscópica. Um exemplo de escoamento laminar é o da água saindo de uma torneira pouco aberta na forma de um fio (Figura 1.17). Abrindo bastante a torneira, o escoamento tende ao turbulento (Figura 1.18).



Figura 1.17 Escoamento laminar.



Figura 1.18 Escoamento turbulento.

No escoamento laminar, a velocidade não varia com o tempo num ponto em regime estacionário, enquanto no escoamento turbulento a velocidade num ponto oscila ao redor de um valor médio.

No escoamento laminar, as partículas fluidas se movem suavemente paralelas umas às outras. Baixas velocidades em condutos lisos podem originar esse tipo de escoamento.

Em altas velocidades ocorre o escoamento turbulento, caracterizado pelo movimento desordenado das partículas.

Linha de corrente é uma linha imaginária tomada num instante de tempo num campo de escoamento tal que a velocidade do fluido em todo ponto da linha é tangente a ela. Uma vez que só ocorre movimento na direção do vetor velocidade, não há massa cruzando a linha de corrente.

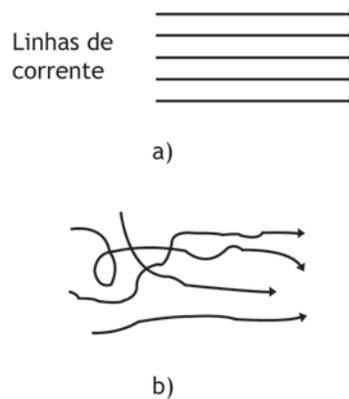


Figura 1.19 a) Escoamento laminar; b) escoamento turbulento. As linhas indicam as trajetórias das partículas.

1.11 Experiência de Reynolds

O escoamento de um fluido num conduto pode ser laminar ou turbulento. Em 1883, Osborne Reynolds, cientista e matemático britânico, descobriu a diferença entre escoamento laminar e turbulento utilizando um aparato simples (veja as Figuras 1.20 e 1.21), e notou que o tipo de escoamento dependia do parâmetro adimensional $\frac{\rho u_b D}{\mu}$. Admita que água escoar num tubo, que apresenta diâmetro D , com uma velocidade média u_b . É possível observar as seguintes características se injetarmos um líquido colorido, que apresenta massa específica igual à da água, no escoamento:

- Quando a vazão é “suficientemente pequena”, o traço colorido permanece como uma linha bem definida ao longo do tubo e apresenta somente alguns leves borrões provocados pela difusão molecular do corante na água.

- Se a vazão apresenta um “valor intermediário”, o traço de corante flutua no tempo e no espaço e apresenta quebras intermediárias. No entanto, se a vazão é “suficientemente grande”, o traço de corante quase que imediatamente apresenta-se borrado e espalha-se ao longo de todo o tubo de forma aleatória.

As Figuras 1.20 e 1.21 ilustram essas características. Os escoamentos correspondentes são denominados escoamento laminar, de transição e turbulento.

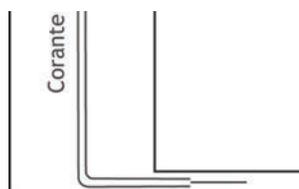


Figura 1.20 Vazão baixa. Uma corrente de tinta injetada num escoamento laminar irá conservar-se numa linha fina.



Figura 1.21 Vazão alta. Uma corrente de tinta injetada num escoamento turbulento irá quebrar-se e se difundir por todo o campo do escoamento.

1.11.1 Número de Reynolds

Não é adequado caracterizar quantidades dimensionais como “pequenas” ou “grandes”. Uma quantidade é “pequena” ou “grande” em relação a uma quantidade de referência. A razão entre uma quantidade e a quantidade de referência é adimensional. O parâmetro mais importante nos escoamentos em condutos é o número de Reynolds (Re), que fornece uma medida da razão entre os efeitos de inércia e os viscosos.

$$Re = \frac{\rho u_b D}{\mu} \text{ adimensional}$$

$$Re = \frac{\overset{\text{efeito da inércia}}{\rho} u_b D}{\underset{\text{efeito viscoso}}{\mu}} = \frac{\text{força inércia}}{\text{força viscosa}} = \frac{[\rho u_b^2 L^2]}{[L u_b \mu]}$$

$$Re = \frac{u_b D}{\nu} \quad \text{outra forma para } Re$$

Assim, o escoamento é laminar, de transição ou turbulento de acordo com o número de Reynolds, que pode ser “pequeno”, “intermediário” ou “grande”. Note que não é somente a velocidade do fluido que determina a caracterização do escoamento – sua massa específica, viscosidade e tamanho do tubo têm igual importância. Esses parâmetros combinados produzem o número de Reynolds.

Entretanto, não é possível definir precisamente as faixas de números de Reynolds que indicam se o escoamento é laminar, de transição ou turbulento. Nos projetos de engenharia, os seguintes valores são apropriados:

- o escoamento num tubo é laminar se o número de Reynolds é menor que aproximadamente 2100;
- o escoamento é turbulento se o número de Reynolds é maior que 5000.

Para números de Reynolds entre esses dois limites, o escoamento pode apresentar, alternadamente e de um modo aparentemente aleatório, características laminares e turbulentas (escoamento de transição).

$Re < 2100$ laminar

$2100 < Re < 5000$ transição

$Re > 5000$ turbulento

1.12 Algumas definições

A seguir, são fornecidas algumas definições importantes em mecânica dos fluidos, tais como vazão volumétrica, vazão mássica, perfil de velocidades, velocidades máxima e média.

Vazão volumétrica é aquela que atravessa uma superfície (imaginária) definida no escoamento.

Na superfície S na Figura 1.22, através da qual o fluido passa, a vazão volumétrica é o volume de fluido que atravessa S na unidade de tempo.



Figura 1.22 Escoamento de um fluido no interior de um tubo.

A vazão mássica que atravessa uma superfície (imaginária) definida no escoamento é a massa de fluido que atravessa S na unidade de tempo. A vazão mássica é a vazão volumétrica multiplicada pela massa específica.

Exemplo 1.1

Determine o perfil de velocidade de um fluido em escoamento laminar no interior de uma tubulação.

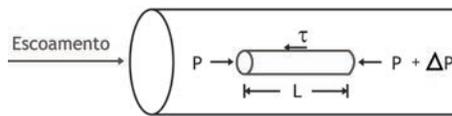


Figura 1.23 Forças que atuam num volume elementar do fluido.

Hipóteses:

- escoamento unidimensional;
- regime estacionário;
- fluido newtoniano incompressível;
- tubulação horizontal, circular, diâmetro constante;
- $P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \times A$
- velocidade diminui com o valor do raio, isto é,
 $u = 0$ quando $r = r_i$
 $u = u_{máx}$ quando $r = 0$.

Escrevendo um balanço de forças para o elemento cilíndrico da Figura 1.23, tem-se: força de pressão nas extremidades = força de resistência na superfície cilíndrica

$$\pi r^2 P - \pi r^2 (P + \Delta P) = 2\pi r L \tau$$

$$2\pi r L \tau = -\pi r^2 \Delta P \tag{1.1}$$

$$\text{Então: } \tau = -\frac{\Delta P}{2L} r$$

Na parede:

$$\tau_s = -\frac{\Delta P D}{4L}$$

Para escoamento laminar:

$$\tau = \mu \left(-\frac{du}{dr} \right) \tag{1.2}$$

Foi colocado um sinal negativo porque $\frac{du}{dr}$ é negativo.

Substituindo a equação 1.2 na equação 1.1:

$$2\pi r L \mu \left(-\frac{du}{dr} \right) = -\pi r^2 \Delta P$$

$$2L\mu \frac{du}{dr} = r\Delta P$$

$$du = \frac{\Delta P}{2\mu L} r dr$$

Na linha de centro do tubo, a velocidade é máxima, $u_{m\acute{a}x}$.

$$\int_{u_{m\acute{a}x}}^u du = \frac{\Delta P}{2\mu L} \int_0^r r dr$$

Integrando:

$$[u]_{u_{m\acute{a}x}}^u = \frac{\Delta P}{4\mu L} [r^2]_0^r$$

$$u - u_{m\acute{a}x} = \frac{\Delta P}{4\mu L} (r^2 - 0)$$

$$u = u_{m\acute{a}x} + \frac{\Delta P}{4\mu L} r^2 \quad (1.3)$$

Para $r = r_i$, $u = 0$ (condiçao de não escorregamento na parede do tubo), então:

$$u_{m\acute{a}x} = -\frac{\Delta P}{4\mu L} r_i^2$$

Substituindo na equaao 1.3:

$$u = -\frac{\Delta P}{4\mu L} r_i^2 + \frac{\Delta P}{4\mu L} r^2$$

$$u = -\frac{\Delta P}{4\mu L} r_i^2 \left(1 - \frac{r^2}{r_i^2} \right)$$

$$u = u_{m\acute{a}x} \left[1 - \left(\frac{r}{r_i} \right)^2 \right]$$

Portanto, o perfil de velocidade é parabólico, como pode ser visto na Figura 1.24.

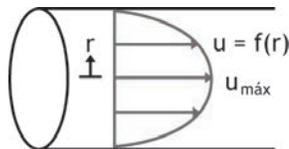


Figura 1.24 Perfil de velocidade $u = f(r)$.

Exemplo 1.2

Determine a velocidade média do fluido do Exemplo 1.1, lembrando que o escoamento é laminar e a variaao da velocidade como funao do raio da canalizaao é dada por

$$u = u_{m\acute{a}x} \left[1 - \left(\frac{r}{r_i} \right)^2 \right] \quad (1.4)$$

A velocidade média é definida como:

$$u_b = \frac{1}{A} \iint_A u dA \quad (1.5)$$

Em coordenadas cartesianas, Re seria expressa por $\mu = 1,2$ mas, para escoamento através de uma canalização circular, coordenadas polares são mais apropriadas e, sendo assim, usaremos $\rho u \cos \alpha dA$ (θ é naturalmente o ângulo em coordenadas polares, não o tempo). A equação (1.4) é substituída na equação (1.5) fornecendo:

$$u_b = \frac{u_{máx}}{\pi r_i^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_i} \left[1 - \left(\frac{r}{r_i} \right)^2 \right] r dr d\theta$$

$$u_b = \frac{u_{máx}}{\pi r_i^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_i} \left(r - \frac{r^3}{r_i^2} \right) dr d\theta$$

$$u_b = \frac{u_{máx}}{\pi r_i^2} \int_0^{2\pi} \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4r_i^2} \right]_0^{r_i} d\theta$$

$$u_b = \frac{u_{máx}}{\pi r_i^2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{r_i^2}{2} - \frac{r_i^4}{4r_i^2} \right) d\theta$$

$$u_b = \frac{u_{máx}}{\pi r_i^2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{r_i^2}{2} - \frac{r_i^2}{4} \right) d\theta$$

$$u_b = \frac{u_{máx}}{\pi r_i^2} \int_0^{2\pi} \frac{r_i^2}{4} d\theta$$

$$u_b = \frac{u_{máx}}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$u_b = \frac{u_{máx}}{4\pi} [\theta]_0^{2\pi}$$

$$u_b = \frac{u_{máx}}{4\pi} 2\pi$$

$$u_b = \frac{u_{máx}}{2} \text{ velocidade média}$$

Portanto, a velocidade média de um fluido em escoamento laminar no interior de uma tubulação é a metade da velocidade máxima, como mostra a Figura 1.25.

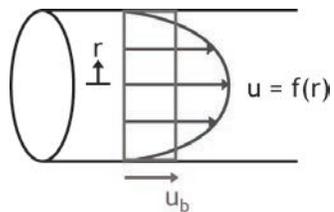


Figura 1.25 Velocidade média u_b .

UNIDADE 2

Estática dos fluidos

2.1 Introdução

Fluidos estáticos (estacionários): são os fluidos em repouso ou em movimento com velocidade constante.

Fluido em equilíbrio estático: somente as forças de campo e normais atuam no fluido (não há esforços tangenciais).

2.2 Pressão

A pressão num fluido estático é definida como a força de compressão normal por unidade de área (tensão normal) que atua sobre um ponto do fluido num dado plano.

Pode ser mostrado que a pressão exercida num ponto de um fluido estático é igual em todas as direções. Assim, para o sistema de eixos cartesianos da Figura 2.1, tem-se:

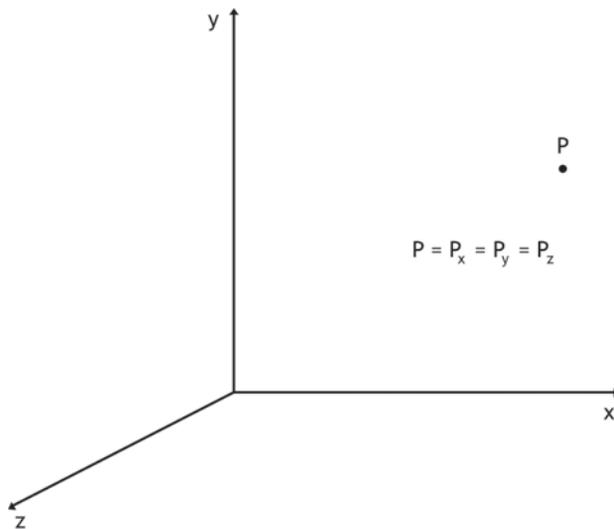


Figura 2.1 A pressão num ponto é igual em todas as direções.

P é um campo escalar.

2.3 Variação da pressão com a posição

A Figura 2.2 mostra um elemento de fluido em repouso de tamanho Δx por Δy por Δz .

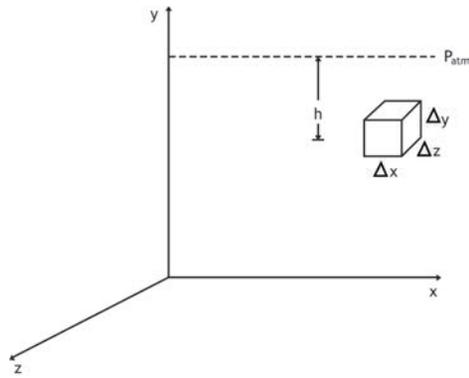


Figura 2.2 Elemento de fluido em repouso.

A pressão não causa nenhuma força líquida sobre o elemento de fluido, a menos que varie espacialmente. Para ver isso, considere a pressão atuando sobre as faces x , y e z .

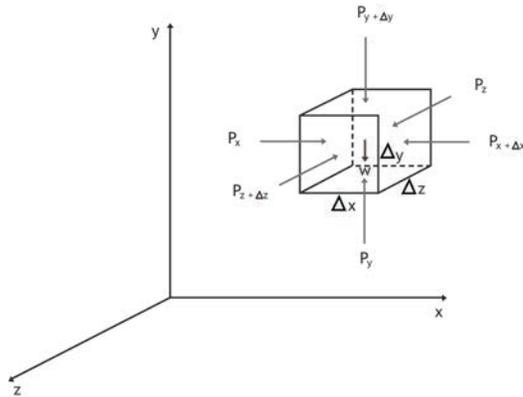


Figura 2.3 Pressões atuando sobre as faces do elemento.

O peso do elemento pode ser obtido por: ρg (peso por unidade de volume); como $\rho = \frac{m}{V}$, então:

$$\rho g = \frac{m}{V} g, \text{ em que } mg \text{ é a força peso.}$$

Considera-se que $P = f(x, y, z)$, isto é, função de x , y e z .

A resultante das forças deve ser igual a zero.

Balanço de forças: $\sum \vec{f} = 0$ (Primeira Lei de Newton).

Direção x :

$$\sum F_x = P_x \Delta y \Delta z - P_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z = 0$$

Direção y:

$$\sum F_y = P_y \Delta x \Delta z - P_{y+\Delta y} \Delta x \Delta z - \underbrace{\rho g}_{w} \underbrace{\Delta x \Delta y \Delta z}_{V} = 0$$

Direção z:

$$\sum F_z = P_z \Delta x \Delta y - P_{z+\Delta z} \Delta x \Delta y = 0$$

Dividindo tudo por $\Delta x \Delta y \Delta z$ e sendo $f = \frac{F}{V}$ tem-se:

$$\sum f_x = \frac{P_x - P_{x+\Delta x}}{\Delta x} = 0$$

$$\sum f_y = \frac{P_y - P_{y+\Delta y}}{\Delta y} - \rho g = 0$$

$$\sum f_z = \frac{P_z - P_{z+\Delta z}}{\Delta z} = 0$$

A definição de derivada de uma função é:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{\partial f}{\partial x}$$

Assim, no limite para $\Delta x, \Delta y, \Delta z \rightarrow 0$, tem-se:

$$\sum f_x = -\frac{\partial P_x}{\partial x} = 0$$

$$\sum f_y = -\frac{\partial P_y}{\partial y} - \rho g = 0$$

$$\sum f_z = -\frac{\partial P_z}{\partial z} = 0$$

Portanto, a pressão só varia com y .

Para um fluido incompressível ($\rho = cte$), a variação da pressão pode ser obtida por:

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g$$

Considerando que $\mu = 1,2$ e integrando:

$$\int_{P_0}^P dP = \int_{y_0}^y -\rho g dy \quad y_0 = \text{nível de referência}$$

$$\int_{P_0}^P dP = -\rho g \int_{y_0}^y dy$$

$$P - P_0 = -\rho g (y - y_0)$$

No caso da superfície livre considerada como referência:

$$P - P_{atm} = \rho g (y_0 - y)$$

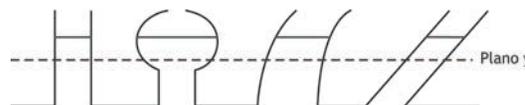
$$P - P_{atm} = \rho g h \quad \text{equação da hidrostática}$$

Portanto, a pressão:

- depende somente da altura do fluido até a superfície livre;
- em um fluido estático uniforme, distribuído continuamente, varia apenas com a distância vertical e é independente da forma do recipiente;
- é a mesma em todos os pontos sobre um dado plano horizontal no fluido;
- aumenta com a profundidade no fluido.

Exemplo 2.1

Considere o sistema de vasos comunicantes da Figura 2.4.



De acordo com a equação da hidrostática a pressão é a mesma em todos os pontos do plano y em todos os vasos.

2.4 Relação de pressão

As pressões são especificadas como absoluta, ou de magnitude total, ou relativa, cujo valor é medido em relação à atmosfera ambiente local.

A pressão relativa ocorre porque muitos instrumentos de pressão são do tipo diferencial, registrando não a magnitude absoluta, mas a diferença entre a pressão do fluido e a atmosfera. A pressão medida pode ser maior ou menor do que a pressão atmosférica local, dando-se um nome especial para cada caso.

P_g - pressão manométrica

P_{abs} - pressão absoluta

P_{atm} - pressão atmosférica local

$$P_g = P_{abs} - P_{atm}$$

$P_{abs} > P_{atm}$ pressão manométrica

$P_{abs} < P_{atm}$ pressão manométrica negativa ou de vácuo

A Figura 2.5 apresenta as relações entre as várias definições de pressão.

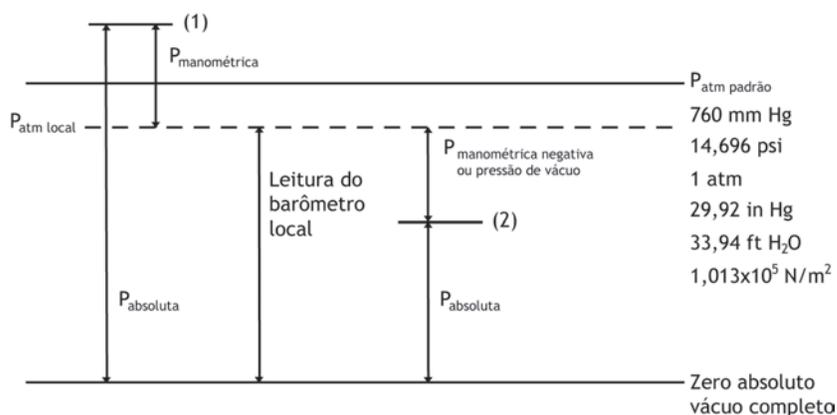


Figura 2.5 Definições de pressão.

Para o caso de superfície livre:

$$\rho gh = \underbrace{P - P_{atm}}_{P_g}$$

$$P_g = \rho gh$$

Exemplo 2.2

Qual é a pressão indicada pelo manômetro C se as pressões indicadas pelos manômetros A e B são respectivamente $P_A = 45 \text{ psi}$ e $P_B = 20 \text{ psi}$? A pressão barométrica é $30,55 \text{ in Hg}$.

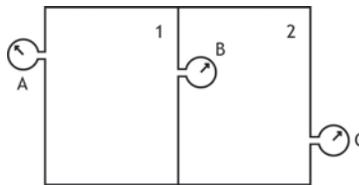


Figura 2.6 Tanque pressurizado.

$$14,7 \text{ psi} = 30 \text{ in Hg}$$

Solução:

A pressão barométrica corresponde à pressão atmosférica local, P_{atm} :

$$P_{atm} = 30,55 \left(\frac{14,7}{30} \right) = 15 \text{ psia}$$

A unidade de pressão é psi, a letra “a” no final é para frisar que o valor da pressão é de pressão absoluta.

Neste exemplo temos uma situação em que as pressões nos compartimentos 1 e 2 não estão à pressão atmosférica local. O manômetro indica a pressão absoluta em relação à pressão do ambiente local onde está instalado o manômetro:

$$P_{man} = P_{abs} - P_{amb}$$

Assim, para o manômetro A, tem-se:

$$P_{abs,A} = 45 + 15 = 60 \text{ psia, que corresponde à pressão no compartimento 1.}$$

Tanto o manômetro A quanto o manômetro B medem a pressão no compartimento 1. Assim,

$$P_{abs,B} = P_{abs,A} \therefore P_{abs,B} = 60 \text{ psia}$$

O manômetro B mede a pressão no compartimento 1 em relação à pressão no compartimento 2, P_B :

$$P_{amb,B} = 60 - 20 = 40 \text{ psia}$$

O manômetro C mede a pressão no compartimento 2, assim:

$$P_{abs,C} = P_{amb,B}$$

$$P_{abs,C} = 40 \text{ psia}$$

A leitura do manômetro C então pode ser calculada:

$$P_{man,C} = 40 - 15 = 25 \text{ psi}$$

2.5 Manometria

Uma forma conveniente de se medir pressão é pelo deslocamento de uma coluna de fluido.

A aplicação prática mais simples da fórmula hidrostática é o barômetro inventado por Torricelli em 1643 (Figura 2.7), que mede a pressão atmosférica.

O princípio do funcionamento de um barômetro é o seguinte: um tubo enchido com mercúrio é invertido e, ao mesmo tempo, submerso em um reservatório. Isso provoca um vácuo significativo na extremidade superior fechada, pois o mercúrio tem uma pressão de vapor extremamente pequena à temperatura ambiente ($0,16 \text{ Pa}$ a 20°C). Uma vez que a pressão atmosférica força uma coluna de mercúrio a subir até uma distância h para dentro do tubo, a superfície superior do mercúrio está à pressão zero.

$A = \text{área da seção transversal do tubo}$

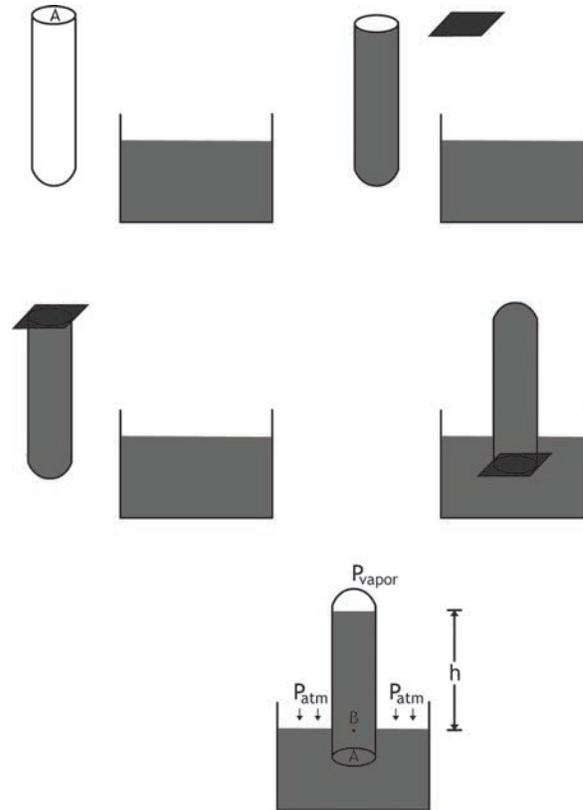


Figura 2.7 Ilustração dos passos no funcionamento de um barômetro.

A pressão no ponto B é dada por: $P_B = P_{atm}$, pois o mercúrio está em contato com a atmosfera.

Escrevendo o balanço de forças para o líquido de altura h dentro do tubo, como mostra a Figura 2.8, tem-se:

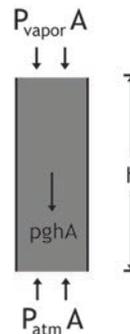


Figura 2.8 Forças que atuam sobre o líquido de altura h .

$$P_{atm} A = \underbrace{P_{vap} A}_{\text{desprezível}} + \rho g h A$$

$$P_{atm} = \rho g h$$

Exemplo 2.3

Considere um tubo em forma de U (mostrado na Figura 2.9). Determine a pressão no ponto A em relação à pressão atmosférica.

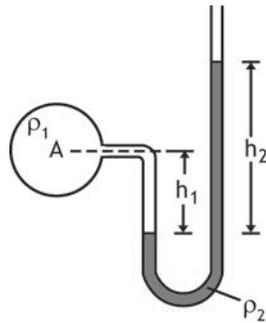


Figura 2.9 Manômetro aberto simples para medir P_A em relação à pressão atmosférica.

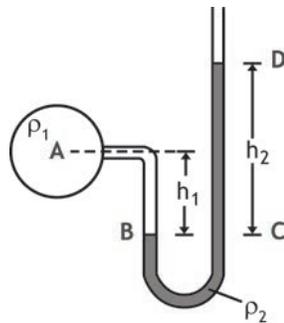


Figura 2.10 Localização dos pontos A, B, C e D.

Designando por A, B, C e D os planos indicados na Figura 2.10, determinamos a pressão no ponto B pelo cálculo da pressão provocada pela coluna de líquido no lado esquerdo como:

$$P_B = \rho_1 g h_1 + P_A$$

e do lado direito por:

$$P_C = \rho_2 g h_2 + P_{atm}$$

$$P_B = P_C \quad \text{B e C estão no mesmo nível}$$

$$P_A = P_{atm} + \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

$$P_A = P_{atm} + \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

2.6 Empuxo

Um corpo parece pesar menos quando imerso parcial ou totalmente num fluido. Essa aparente perda de peso é a força do empuxo, que é a resultante vertical da pressão exercida pelo fluido sobre o corpo.

O empuxo é igual ao peso do líquido deslocado. A linha de aplicação da força do empuxo passa através do centroide do volume do líquido deslocado.

2.7 Exercício resolvido

A Figura 2.11 mostra um manômetro em U acoplado a uma tubulação através da qual escoava água. Nas condições mostradas, pergunta-se:

- Qual o sentido de escoamento da água?
- Qual a diferença de pressão entre A e B?

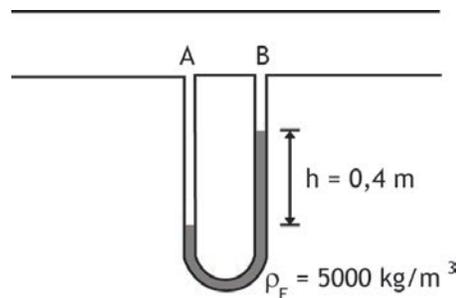


Figura 2.11 Manômetro em U acoplado a uma tubulação.

Solução:

Vamos numerar com 1 e 2 os pontos no tubo, como indicados na Figura 2.12.

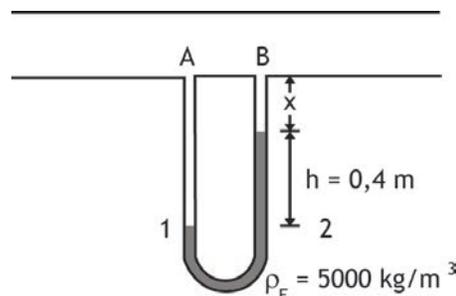


Figura 2.12 Localização dos pontos 1 e 2 no manômetro.

A pressão no ponto 1 é:

$$P_1 = P_A + \rho_{H_2O}g(x + h) = P_A + \rho_{H_2O}gx + \rho_{H_2O}gh$$

A pressão no ponto 2 é:

$$P_2 = P_B + \rho_{H_2O}gx + \rho_Fgh$$

Os pontos 1 e 2 estão no mesmo nível, assim $P_1 = P_2$.

$$P_A + \rho_{H_2O}gx + \rho_{H_2O}gh = P_B + \rho_{H_2O}gx + \rho_Fgh$$

$$P_A - P_B = \rho_Fgh - \rho_{H_2O}gh$$

$$P_A - P_B = (\rho_F - \rho_{H_2O}) gh$$

$$P_A - P_B = (5000 - 1000)(9,8)(0,4) = 3920 \text{ Pa} = 3,92 \text{ kPa}$$

Verificando a unidade da pressão:

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{m} = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{1}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}$$

Como $P_A > P_B$, o sentido do escoamento é de A para B.

UNIDADE 3

Balanço global de massa

3.1 Primeiras palavras

Nesta unidade e nas outras duas seguintes, deduziremos as equações básicas do fluido na forma integral para um volume de controle. Existem cinco variáveis básicas no escoamento, três componentes de velocidade e duas propriedades termodinâmicas. Assim, existem cinco equações básicas que descrevem o escoamento; três componentes da equação da quantidade de movimento, a equação da continuidade e a equação da energia.

As deduções partem de três leis básicas:

1. conservação de massa;
2. Segunda Lei de Newton aplicada ao movimento;
3. conservação da energia (Primeira Lei da Termodinâmica).

3.2 Problematizando o tema

Na análise do movimento dos fluidos, podemos seguir um de dois caminhos: 1) procurar descrever os detalhes do escoamento em cada ponto (x, y, z) do campo ou 2) trabalhar com uma região finita, fazendo um balanço dos escoamentos que entram e saem, e determinando os seus efeitos globais, tais como a força ou o torque sobre um corpo, ou a troca total de energia. Esse segundo caminho representa o método do *volume de controle*. O primeiro representa a abordagem *diferencial*.

3.3 Sistemas *versus* volumes de controle

Um sistema é uma quantidade fixa de massa identificável (composto sempre pelas mesmas partículas de fluido) que pode se mover, escoar e interagir com o meio. Por outro lado, um volume de controle é um volume no espaço (uma entidade geométrica e independente da massa) através do qual o fluido pode escoar (Figura 3.1). Tudo que for externo a esse sistema é designado pelo termo *vizinhanças*, sendo o sistema separado de suas vizinhanças por uma fronteira. As leis da mecânica estabelecem então o que ocorre quando houver uma interação entre o sistema e suas vizinhanças.

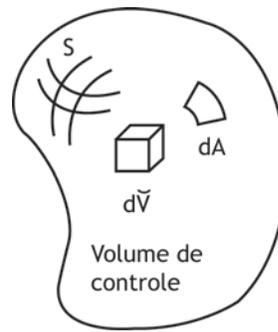


Figura 3.1 Volume de controle – região no espaço através do qual escoo o fluido.

$d\check{V}$ - volume elementar

dA - superfície elementar

Balanco global → valor médio

A visualização do processo é feita pelo lado externo ao envoltório, assim os detalhes do que se passa no interior do envoltório não são incluídos na análise.

Balanco diferencial → perfil de velocidade

Quando os detalhes do que se passa no interior do envoltório interessam, então escrevemos balanços para volumes pequenos ou diferenciais.

3.4 Balanco global de massa (BGM)

O balanço global de massa pode ser deduzido usando o princípio da conservação de massa.

3.4.1 Princípio da conservação de massa a um volume de controle fixo no espaço

$$\text{entra} - \text{sai} = \text{acúmulo}$$

ou

$$\text{sai} - \text{entra} + \text{acúmulo} = 0$$

Análises preliminares

Considere a superfície (imaginária) S na Figura 3.2, através da qual o fluido passa sem resistência. Se u varia com a posição, devemos integrar sobre a

superfície elementar dA . Além disso, u geralmente pode atravessar com um ângulo α em relação à normal. Seja N o vetor unitário normal a dA

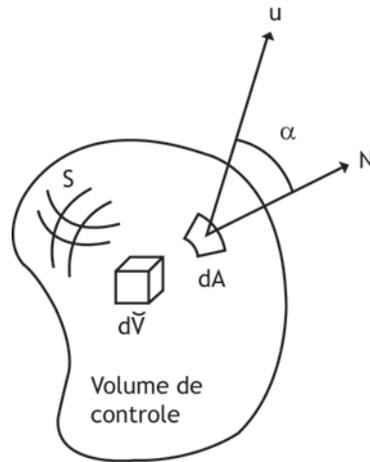


Figura 3.2 Fluido atravessa a superfície elementar dA com um ângulo α em relação à normal N .

O produto uA tem dimensão de volume por tempo ou vazão volumétrica (w_v).

$$w_v = uA = \frac{L}{\theta} L^2 = \left[\frac{L^3}{\theta} \right] \quad \frac{\text{volume}}{\text{tempo}}$$

O produto ρuA tem dimensão de fluxo de massa, vazão de massa ou vazão mássica (w).

$$w = \rho uA = \frac{M}{L^3} \frac{L}{\theta} L^2 = \left[\frac{M}{\theta} \right] \quad \frac{\text{massa}}{\text{tempo}}$$

Assim, $w = \rho w_v$

Considere a superfície elementar dA na Figura 3.2, através da qual o fluido passa com um ângulo α em relação à normal N . O fluido que atravessa a superfície dA é devido somente à componente normal da velocidade, $u \cos \alpha$ (Figura 3.3).

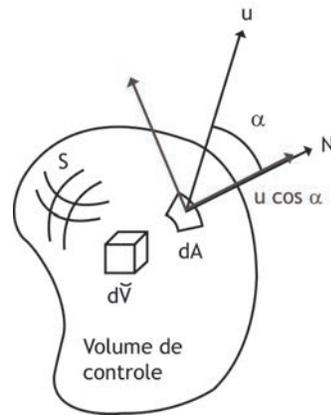


Figura 3.3 Decomposição do vetor u nas componentes normal e tangencial em dA

Então, a vazão volumétrica é dada por:

$$u \cos \alpha dA$$

e a vazão mássica por:

$$\rho u \cos \alpha dA$$

Sendo α o ângulo entre a velocidade e a normal à superfície para fora, tem-se:

$$u \text{ entra} \Rightarrow \alpha > 90^\circ \therefore \cos \alpha < 0$$

$$u \text{ sai} \Rightarrow \alpha < 90^\circ \therefore \cos \alpha > 0$$

A integral de $\rho u \cos \alpha dA$ é a vazão mássica total através da superfície S, assim:

$$\text{sai} - \text{entra} = \iint_A \rho u \cos \alpha dA$$

A massa contida no volume elementar é $\rho d\check{V}$, e integrando para todo o volume e controle, tem-se a massa total M .

$$\text{acúmulo} = \frac{dM}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \iiint_{\check{V}} \rho d\check{V}$$

em que: $\rho = \text{massa/volume}$, $\check{V} = \text{volume}$

Balanço global de massa

Substituindo as expressões no princípio da conservação de massa, chega-se ao balanço global de massa (BGM).

$$sai - entra + acúmulo = 0$$

$$\iint_A \rho u \cos \alpha dA + \frac{d}{d\theta} \iiint_V \rho d\tilde{V} = 0 \quad \text{BGM}$$

3.5 Simplificações

Em muitas aplicações, o escoamento atravessa as fronteiras da superfície de controle apenas em certas entradas e saídas simplificadas, que são aproximadamente unidimensionais, conforme ilustra a Figura 3.4.

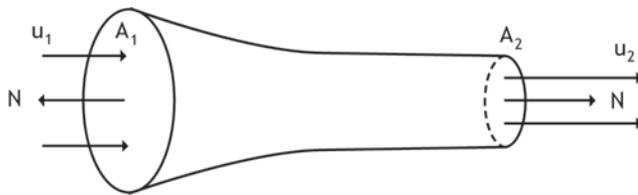


Figura 3.4 Volume de controle com entrada e saída unidimensionais simplificadas.

Nas situações mais comuns, todo fluxo para dentro é normal a uma área A_1 , e todo fluxo para fora é normal a A_2 . O escoamento é paralelo às outras superfícies de controle. Considera-se ainda que a massa específica ρ seja uniforme nas seções transversais de entrada ou de saída. Nesse caso, a integração na superfície S reduz-se à integração apenas nas áreas A_1 e A_2 . Designando a massa total contida no volume de M , tem-se, então:

$$\underbrace{\iint_A \rho u \cos \alpha dA}_{\iint_{A_1} \rho u \cos \alpha dA + \iint_{A_2} \rho u \cos \alpha dA} + \frac{d}{d\theta} \underbrace{\iiint_V \rho d\tilde{V}}_M = 0$$

$$\iint_{A_1} \rho u \cos \alpha dA + \iint_{A_2} \rho u \cos \alpha dA + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

Como a massa específica ρ é uniforme nas seções transversais, ou seja, constante, pode ser colocada para fora da integral, assim

$$\rho_1 \iint_{A_1} u \cos \alpha dA + \rho_2 \iint_{A_2} u \cos \alpha dA + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

Agora, o ângulo que a velocidade u_1 faz com a normal N na superfície A_1 é de 180° , portanto, $\cos \alpha = -1$. Na superfície A_2 , o ângulo que a velocidade u_2 faz com a normal N na superfície é de 0° , portanto, $\cos \alpha = 1$.

$$\rho_2 \iint_{A_2} u_2 dA_2 - \rho_1 \iint_{A_1} u_1 dA_1 + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

Multiplicando os dois primeiros termos do BGM por A_2/A_2 e A_1/A_1 , respectivamente:

$$\rho_2 A_2 \frac{1}{A_2} \iint_{A_2} u_2 dA_2 - \rho_1 A_1 \frac{1}{A_1} \iint_{A_1} u_1 dA_1 + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

Lembrando que $u_b = \frac{1}{A} \iint u dA$, então:

$$\rho_2 u_{b_2} A_2 - \rho_1 u_{b_1} A_1 + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

O produto $\rho u_b A$ corresponde à vazão mássica, tem-se então:

$$\underbrace{\rho_2 u_{b_2} A_2}_{w_2} - \underbrace{\rho_1 u_{b_1} A_1}_{w_1} + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

$$w_2 - w_1 + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

$$\Delta w + \frac{dM}{d\theta} = 0 \quad \text{BGM}$$

Exemplo 3.1

Para o sistema indicado na Figura 3.5, calcule u_b , e o tipo de escoamento no cano menor, considerando regime permanente.

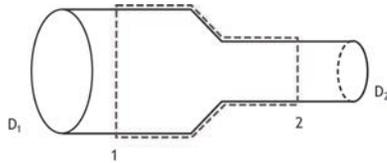


Figura 3.5 Volume de controle escolhido.

Dados:

$$D_1 = 1 \text{ m}$$

$$D_2 = 0,5 \text{ m}$$

$$\rho = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$w_{v_1} = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\mu = 1 \text{ poise} = 1 \text{ g/cm s} = 10^{-3} \text{ kg/10}^{-2} \text{ m s} = 0,1 \text{ kg/m s}$$

Solução:

$$\text{BGM: } \Delta w + \underbrace{\frac{dM}{d\theta}}_{=0 \text{ estado estacionário}} = 0$$

$$w_2 - w_1 = 0$$

$$w_1 = w_2$$

$$w_1 = w_{v_1} \rho = 0,1(10^3) = 10^2 \text{ kg/s}$$

$$w_1 = \rho u_{b_1} A_1 \Rightarrow u_{b_1} = \frac{w_1}{\rho A_1} = \frac{10^2}{10^3 \frac{\pi(1^2)}{4}} = 0,127 \text{ m/s}$$

$$u_{b_1} = 0,127 \text{ m/s}$$

$$w_1 = w_2 \Rightarrow w_1 = \rho u_{b_2} A_2 \Rightarrow u_{b_2} = \frac{w_1}{\rho A_2} = \frac{10^2}{10^3 \frac{\pi(0,5^2)}{4}} = 0,509295 \text{ m/s}$$

$$Re_2 = \frac{\rho u_{b_2} D_2}{\mu} = \frac{10^3 (0,509295)(0,5)}{10^{-1}} = 2546,5$$

$$Re_2 = 2546,5 > 2100 \therefore \text{escoamento de transição}$$

Exemplo 3.2

Água escoia em regime permanente através da contração brusca da Figura 3.6. No tubo de 1,6 m de diâmetro, a água escoia com velocidade de:

$$u = 0,64 \left[1 - \left(\frac{2r}{D_1} \right)^2 \right] \text{ m/s}$$

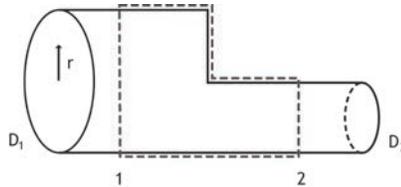


Figura 3.6 Volume de controle escolhido.

Calcule a velocidade média u_b no tubo de 32 cm de diâmetro.

Dados:

$$D_1 = 1,6 \text{ m}$$

$$D_2 = 32 \text{ cm} = 0,32 \text{ m}$$

Solução:

$$\text{BGM: } \Delta w + \underbrace{\frac{dM}{d\theta}}_{=0 \text{ estado estacionário}} = 0$$

$$w_1 = w_2$$

$$\rho u_{b_1} A_1 = \rho u_{b_2} A_2 \Rightarrow u_{b_2} = u_{b_1} \frac{A_1}{A_2}$$

A velocidade média (u_b) é definida por: $u_{b_1} = \frac{1}{A_1} \iint_{A_1} u dA_1$

$$u_{b_1} = \frac{1}{A_1} \int_0^{2\pi} \int_0^{D_1/2} 0,64 \left[1 - \left(\frac{2r}{D_1} \right)^2 \right] r dr d\theta$$

$$u_{b_1} = \frac{0,64}{A_1} \int_0^{2\pi} \left. \frac{r^2}{2} - \frac{4r^4}{4D_1^2} \right|_0^{D_1/2} d\theta$$

$$u_{b_1} = \frac{0,64}{A_1} \int_0^{2\pi} \frac{D_1^2}{8} - \frac{D_1^4}{16D_1^2} d\theta$$

$$u_{b_1} = \frac{0,64}{A_1} \frac{D_1^2}{16} 2\pi$$

$$u_{b_1} = \frac{0,64}{\pi \frac{D_1^2}{4}} \frac{D_1^2}{8} \pi = 0,32 \text{ m/s}$$

$$\text{Então } u_{b_2} = 0,32 \frac{\pi D_1^2/4}{\pi D_2^2/4} = 0,32 \frac{1,6^2}{0,32^2} = 8 \text{ m/s}$$

$$u_{b_2} = 8 \text{ m/s}$$

Exemplo 3.3

Água escoia em regime permanente com velocidade média $u_{b_1} = 0,6 \text{ m/s}$ em um tubo de diâmetro interno de $2,4 \text{ cm}$ (Figura 3.7). Na extremidade desse tubo há um disco com 20 pequenos furos, cada um destes tendo 2 mm de diâmetro. Calcule a velocidade u_{b_2} da água na saída.



Figura 3.7 Tubo com um disco perfurado na extremidade final.

Dados:

$$D_1 = 2,4 \text{ cm}$$

$$D_2 = 2 \text{ mm} = 0,2 \text{ cm}$$

$$\rho = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$u_{b_1} = 0,6 \text{ m/s}$$

Solução:

$$\text{BGM: } \Delta w + \underbrace{\frac{dM}{d\theta}}_{=0 \text{ estado estacionário}} = 0$$

$$w_1 = w_2$$

$$w_1 = w_{v_1} \rho = u_{b_1} A_1 \rho$$

$$w_1 = u_{b_1} \frac{\pi D_1^2}{4} \rho$$

$$w_2 = w_{v_2} \rho = u_{b_2} A_2 \rho$$

$$w_2 = u_{b_2} 20 \frac{\pi D_2^2}{4} \rho$$

$$u_{b_1} \frac{\pi D_1^2}{4} \rho = u_{b_2} 20 \frac{\pi D_2^2}{4} \rho$$

$$u_{b_2} = \frac{u_{b_1} D_1^2}{20 D_2^2}$$

$$u_{b_2} = \frac{0,6(2,4)^2}{20(0,2)^2} = 4,32 \text{ m/s}$$

Exemplo 3.4

No início de um tubo de 10 m de comprimento, representado pela Figura 3.8, a vazão de água é $w_{v_1} = 150 \text{ l/s}$. Ao longo desse tubo há uma distribuição uniforme (sangria) de 3 l/s em cada metro linear de tubo. Admitindo que o escoamento é permanente, que a água é incompressível e que não haja perdas ao longo do tubo, calcule a vazão w_{v_2} na seção final.



Figura 3.8 Tubo poroso.

Solução:

$$\text{BGM: } \Delta w + \underbrace{\frac{dM}{d\theta}}_{=0 \text{ estado estacionário}} = 0$$

$$w_1 = w_{\text{parede}} + w_2$$

em que w_{parede} é a vazão mássica através da superfície lateral do tubo.

Para calcular w_{parede} , considera-se um comprimento elementar dl do tubo mostrado na Figura 3.9.

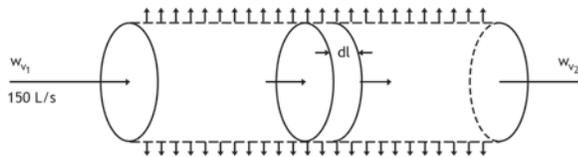


Figura 3.9 Elemento de volume de comprimento dl .

A vazão de saída através de dl é $\rho 3dl$ e, portanto, a vazão de saída total pela superfície lateral do tubo é:

$$w_{\text{parede}} = \int_0^L \rho \underbrace{3}_{\text{l/ms}} dl$$

$$w_1 = \int_0^L \rho 3dl + w_2$$

$$w_1 = \rho 3L + w_2$$

$$w_{v1} \rho = \rho 3L + w_{v2} \rho$$

$$w_{v1} = 3L + w_{v2}$$

$$150 = 3(10) + w_{v2}$$

$$w_{v2} = 120 \text{ l/s}$$

Neste caso, em que a vazão de saída pela superfície lateral é uniforme, a vazão w_{parede} poderia ter sido calculada de forma mais simples, utilizando-se a regra de três:

$1\ m$	$3\ l/s$
$10\ m$	w_{parede}

$$w_{parede} = 3(10) = 30\ l/s$$

UNIDADE 4

Balanço global de energia

4.1 Primeiras palavras

Um balanço global de energia será agora obtido pela aplicação do princípio da conservação de energia a um volume de controle fixo no espaço, da mesma maneira que o princípio de conservação da massa foi aplicado na unidade anterior.

4.2 Balanço global de energia (BGE)

A Primeira Lei da Termodinâmica estabelece que:

Taxa de variação temporal da energia total do sistema	=	Taxa líquida de transferência de calor para o sistema	–	Taxa de realização de trabalho pelo sistema
---	---	---	---	---

cujo enunciado matemático é:

$$\Delta E = Q - W$$

Considerando a base na unidade de massa, a energia total específica E inclui a energia cinética específica associada ao estado termodinâmico do sistema U , a energia cinética específica $u^2/2$ e a energia potencial específica gz , isto é:

$$\frac{E}{\text{massa}} = \frac{U}{\text{massa}} + \frac{\frac{u^2}{2}}{\text{energia cinética massa}} + \frac{gz}{\text{energia potencial massa}}$$

O calor e o trabalho envolvem interação do sistema com a vizinhança.

Deve-se enfatizar que essa lei se aplica a um sistema.

A aplicação do princípio da conservação de energia a um volume de controle fixo no espaço (Figura 4.1) deve considerar o fluxo para fora, o fluxo para dentro e o acúmulo dentro do volume de controle.

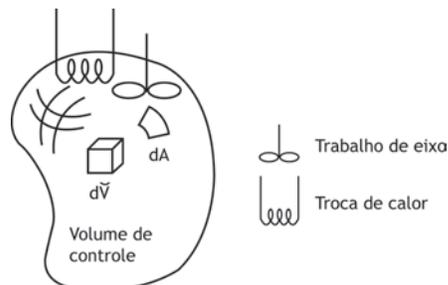


Figura 4.1 Volume de controle com calor e trabalho.

$$sai - entra + acúmulo = \underbrace{\text{calor e trabalho}}_{\text{fornecido ou retirado do sistema}}$$

Análises preliminares

Considere a superfície (imaginária) S , na Figura 4.1, através da qual o fluido passa. Se E é a energia armazenada associada com o fluido, o fluxo de energia varia com a posição, portanto devemos integrar sobre a superfície elementar dA , da Figura 4.2. Além disso, u geralmente pode atravessar com um ângulo α em relação à normal. Seja N o vetor unitário normal a dA

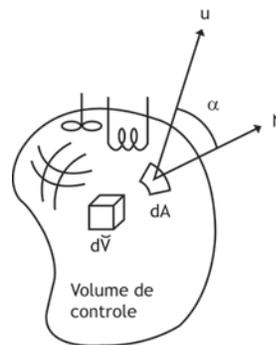


Figura 4.2 Fluido escoando através da superfície dA com velocidade u .

O produto uA tem dimensão de volume por tempo ou vazão volumétrica e o produto ρuA tem dimensão de vazão mássica.

$$\underbrace{\rho u A}_{\frac{M}{\theta}} \underbrace{E}_{\frac{E}{M}} = \frac{E}{\theta} \quad \text{fluxo de energia}$$

A transferência de calor para o volume de controle é considerada positiva, e a transferência de calor do volume de controle para o meio é considerada negativa. A taxa de transferência de trabalho (potência) é negativa quando o trabalho é realizado pelo meio sobre o conteúdo do volume de controle e é positiva quando o trabalho é realizado pelo conteúdo do volume de controle.

$$q = \frac{\text{calor}}{\text{tempo}}$$

A convenção para Q é:

$Q > 0$ entra no volume de controle

$Q < 0$ sai do volume de controle

$$W = \frac{\text{trabalho realizado sobre as vizinhanças}}{\text{massa}}$$

A convenção para W é:

$W > 0$ conteúdo do volume de controle realiza trabalho

$W < 0$ meio realiza trabalho sobre o conteúdo do volume de controle

Voltando ao princípio da conservação de energia:

sai – entra + acúmulo = calor e trabalho

O termo *sai – entra* é dado por:

$$\iint_A \rho u \cos \alpha E dA$$

O acúmulo é dado por:

$$\frac{d}{d\theta} \iiint_V \rho E d\tilde{V} = \frac{d\tilde{E}}{d\theta}$$

e \tilde{E} é a energia total contida no volume de controle.

Sejam:

$$q = \frac{\text{calor}}{\text{tempo}}$$

$$\dot{W} = \frac{\text{trabalho}}{\text{tempo}}$$

Substituindo cada um desses termos no princípio, tem-se:

$$\iint_A \rho u \cos \alpha E dA + \frac{d}{d\theta} \iiint_V \rho E d\tilde{V} = q - \dot{W} \quad \text{BGE} \quad (4.1)$$

É usual dividir o trabalho em diversas categorias, como se segue.

$$\dot{W} = \underbrace{\dot{W}_S}_{\text{trabalho no eixo}} + \underbrace{\iint_A \rho u \cos \alpha p V dA + \iint_{A_S} u_S p \cos \beta dA_S}_{\text{trabalho na superfície}} \quad (4.2)$$

- \dot{W}_S

Trabalho puramente mecânico (trabalho realizado pelo sistema sobre as vizinhanças em consequência do trabalho que é transferido através da superfície de controle). Podem-se tomar como exemplos as bombas e as turbinas.

- $\iint_A \rho u \cos \alpha p V dA + \iint_{A_S} u_S p \cos \beta dA_S$

Trabalho realizado pelo fluido no volume de controle; pode ser dividido em duas partes, em reversível (realizado pela pressão na superfície de controle) e irreversível (pelas tensões de cisalhamento na superfície).

- $\iint_A \rho u \cos \alpha p \frac{V}{\text{massa}} dA$

Trabalho realizado pelo fluido quando ele entra e sai do volume de controle (trabalho de escoamento).

- $\iint_{A_S} u_S p \cos \beta dA_S$

Expansão da superfície sólida.

Da termodinâmica:

$$\frac{H}{\text{massa}} = \frac{U}{\text{massa}} + p \frac{V}{\text{massa}} \quad (4.3)$$

Combinando as equações 4.1 e 4.2, tem-se:

$$\iint_A \rho u \cos \alpha E dA + \frac{d}{d\theta} \iiint_V \rho E d\tilde{V} = q - \left(\dot{W}_S + \iint_A \rho u \cos \alpha p V dA + \iint_{A_S} u_S p \cos \beta dA_S \right)$$

$$\iint_A \rho u \cos \alpha E dA + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \theta} = q - \left(\dot{W}_S + \iint_A \rho u \cos \alpha p V dA + \iint_{A_S} u_S p \cos \beta dA_S \right)$$

$$\iint_A \rho u \cos \alpha \left(\underset{=H-pV}{\underline{U}} + \frac{u^2}{2} + gz \right) dA + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \theta} = q - \left(\dot{W}_S + \iint_A \rho u \cos \alpha p V dA + \iint_{A_S} u_S p \cos \beta dA_S \right)$$

(4.4)

Substituindo a equação 4.3 na equação 4.4:

$$\iint_A \rho u \cos \alpha \left(H - pV + \frac{u^2}{2} + gz \right) dA + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \theta} = q - \left(\dot{W}_S + \iint_A \rho u \cos \alpha p V dA + \iint_{A_S} u_S p \cos \beta dA_S \right)$$

$$\iint_{A_S} u_S p \cos \beta dA_S + \iint_A \rho u \cos \alpha \left(\frac{u^2}{2} + gz + H \right) dA + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \theta} = q - \dot{W}_S \quad \text{BGE}$$

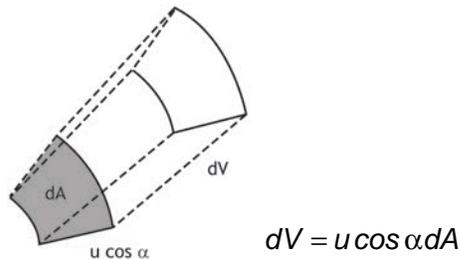


Figura 4.3 Fluxo de fluido com velocidade u e ângulo α em relação à normal através de dA desloca uma quantidade dV de fluido.

- $\int_0^V p dV$

Trabalho realizado por unidade de massa do fluido quando ele escoar para fora da superfície de controle. Num ponto em que a pressão é p ele desloca um volume V nas vizinhanças.

- $\iint_A \rho u \cos \alpha dA$

Por unidade de massa.

- $\iint_A \underbrace{\rho V}_{\text{massa total no volume deslocamento}} u \cos \alpha dA$

Pela massa total no volume deslocamento.

No caso em que o sistema é descontínuo (sem escoamento), $u = 0$ e com $\dot{W}_S = 0$.

$$\dot{W} = \iint_{A_S} u_S p \cos \beta dA_S$$

Caso em que a expansão se dá na direção normal, como mostrado na Figura 4.4:

$$u_S = \frac{dL}{dt}$$

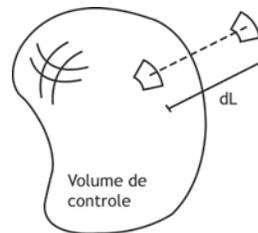


Figura 4.4 Expansão da superfície sólida provoca um deslocamento dL .

$$\cos \beta = 1$$

$$\dot{W} = \iint_{A_S} u_S p dA_S$$

$$\dot{W} = \frac{dW}{dt} = \iint_{A_S} p \frac{dL}{dt} dA_S$$

$$dW = \iiint_{V_S} p dV_S$$

4.3 Simplificações

Em muitas aplicações, o escoamento atravessa as fronteiras da superfície de controle apenas em certas entradas e saídas simplificadas, que são aproximadamente unidimensionais, conforme ilustra a Figura 4.5.

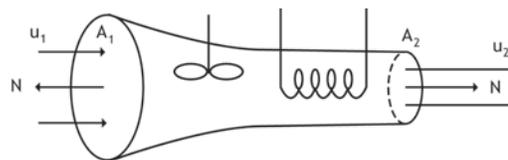


Figura 4.5 Volume de controle com entrada e saída unidimensionais simplificadas.

Nas situações mais comuns, todo fluxo para dentro é normal a uma área A_1 , e todo fluxo para fora é normal a A_2 . O escoamento é paralelo às outras superfícies de controle. Considera-se ainda que a massa específica ρ seja uniforme nas seções transversais de entrada ou de saída. Nesse caso, a integração na superfície S reduz-se à integração apenas nas áreas A_1 e A_2 .

$\rho = \text{constante}$ na área

$$\cos \alpha = \begin{cases} +1 & \text{sai} \\ -1 & \text{entra} \end{cases}$$

$u_s = 0$ pois a superfície sólida é rígida

$$\iint_A \rho u \cos \alpha \left(\frac{u^2}{2} + gz + H \right) dA + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \theta} = q - \dot{W}_S$$

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_2}{2} \iint_{A_2} u_2^3 dA_2 + \rho_2 \iint_{A_2} u_2 g z_2 dA_2 + \rho_2 \iint_{A_2} u_2 H_2 dA_2 \\ & - \frac{\rho_1}{2} \iint_{A_1} u_1^3 dA_1 - \rho_1 \iint_{A_1} u_1 g z_1 dA_1 - \rho_1 \iint_{A_1} u_1 H_1 dA_1 + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \theta} = q - \dot{W}_S \end{aligned}$$

Lembrete: $z_{av} = \frac{1}{A} \iint_A z dA$

Então:

$$(u^3)_{av} = \frac{1}{A} \iint_A u^3 dA$$

$$(ugz)_{av} = \frac{1}{A} \iint_A ugz dA$$

$$(uH)_{av} = \frac{1}{A} \iint_A uH dA$$

Logo,

$$\frac{\rho_2 A_2}{2} (u_2^3)_{av} + \rho_2 A_2 g (u_2 z_2)_{av} + \rho_2 A_2 (u_2 H_2)_{av} - \frac{\rho_1 A_1}{2} (u_1^3)_{av} - \rho_1 A_1 g (u_1 z_1)_{av} - \rho_1 A_1 (u_1 H_1)_{av} + \frac{\partial \check{E}}{\partial \theta} = q - \dot{W}_S$$

Agora,

$$w = u_b \rho A \quad w = w_v \rho$$

$$\frac{w_2}{2 u_{b_2}} (u_2^3)_{av} + \frac{w_2 g}{u_{b_2}} (u_2 z_2)_{av} + \frac{w_2}{u_{b_2}} (u_2 H_2)_{av} - \frac{w_1}{2 u_{b_1}} (u_1^3)_{av} - \frac{w_1 g}{u_{b_1}} (u_1 z_1)_{av} - \frac{w_1}{u_{b_1}} (u_1 H_1)_{av} + \frac{\partial \check{E}}{\partial \theta} = q - \dot{W}_S$$

ou numa forma mais simples:

$$\frac{1}{2} \Delta \frac{w (u^3)_{av}}{u_b} + g \Delta \frac{w (uz)_{av}}{u_b} + \Delta \frac{w (uH)_{av}}{u_b} + \frac{\partial \check{E}}{\partial \theta} = q - \dot{W}_S$$

No caso de vazão mássica constante:

$$w_1 = w_2 = w$$

então:

$$q = wQ \quad \frac{\text{calor}}{\text{tempo}} = \frac{\text{massa}}{\text{tempo}} \frac{\text{calor}}{\text{massa}}$$

$$\dot{W}_S = wW_S \quad \frac{\text{trabalho}}{\text{tempo}} = \frac{\text{massa}}{\text{tempo}} \frac{\text{trabalho}}{\text{massa}}$$

$$\check{E} = ME \quad \text{energia} = \text{massa} \frac{\text{energia}}{\text{massa}}$$

$$\frac{1}{2} \Delta \frac{(u^3)_{av}}{u_b} + g \Delta \frac{(uz)_{av}}{u_b} + \Delta \frac{(uH)_{av}}{u_b} + \frac{M}{w} \frac{\partial E}{\partial \theta} = Q - W_S$$

Considerando:

- sem acúmulo de energia $\Rightarrow \frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$
- variações desprezíveis na área:

$$\text{velocidade} \Rightarrow (u^3)_{av} = u_b^3$$

$$\text{altura} \Rightarrow (uz)_{av} = u_b z$$

$$\text{temperatura} \Rightarrow (uH)_{av} = u_b H$$

$$\Delta \frac{u_b^2}{2} + g\Delta z + \Delta H = Q - W_s$$

Essa última equação reveste-se de maior importância, pois muitos sistemas podem ser visualizados como o sistema simplificado mostrado na Figura 4.5. Assim, a resolução fica facilitada.

Exemplo 4.1

Em escoamento em regime laminar, os efeitos de variação da velocidade através de uma tubulação circular podem ser significativos. Calcule o valor do termo correspondente à energia cinética $\frac{(u^3)_{av}}{u_b}$ em termos de u_b . Para escoamento pistonado, o resultado é u_b^2 . Lembrando que

$$u = u_{m\acute{a}x} \left(1 - \left(\frac{r}{r_i} \right)^2 \right) \text{ e } u_b = \frac{u_{m\acute{a}x}}{2}$$

Solução:

$$(u^3)_{av} = \frac{1}{A} \iint_A u^3 dA$$

$$(u^3)_{av} = \frac{1}{A} \iint_A \left\{ u_{m\acute{a}x} \left[1 - \left(\frac{r}{r_i} \right)^2 \right] \right\}^3 dA$$

$$(u^3)_{av} = \frac{1}{\pi r_i^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_i} \left\{ u_{m\acute{a}x} \left[1 - \left(\frac{r}{r_i} \right)^2 \right] \right\}^3 r dr d\theta$$

$$(u^3)_{av} = \frac{u_{m\acute{a}x}^3}{\pi r_i^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_i} \left[1 - \left(\frac{r}{r_i} \right)^2 \right]^3 r dr d\theta$$

$$(u^3)_{av} = \frac{u_{m\acute{a}x}^3}{4}$$

$$\text{Agora, } u_b = \frac{u_{\text{máx}}}{2}$$

$$\frac{(u^3)_{\text{av}}}{u_b} = \frac{u_{\text{máx}}^2}{2}$$

$$\frac{(u^3)_{\text{av}}}{u_b} = 2u_b^2$$

4.4 Balanço global de energia mecânica (BGEM)

Num sistema existe perda de energia mecânica sem que esta se transforme em energia cinética, potencial ou W_S . Em um fluido escoando numa tubulação, como mostrado na Figura 4.6, o decréscimo na energia de pressão é transformado em aumento de energia interna devido ao atrito ($p_2 < p_1$), e isso causa aumento de temperatura. Essa energia mecânica é, para todos os fins práticos, “perdida”. É conveniente escrever o balanço de energia envolvendo termos que dizem respeito à energia mecânica, dessa forma ele é chamado de balanço de energia mecânica.

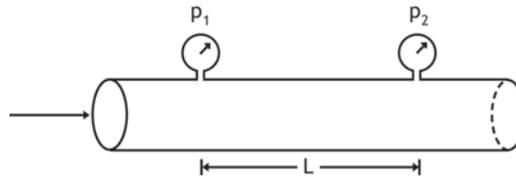


Figura 4.6 Variação da pressão do fluido no escoamento numa tubulação.

$$\Delta H = Q + \int_{p_1}^{p_2} \frac{V}{\text{volume deslocamento}} dp + I_w$$

massa

$$\underbrace{\frac{\Delta u_b^2}{2}}_{\text{cinética}} + \underbrace{g\Delta z}_{\text{potencial}} + \underbrace{\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho}}_{\substack{\text{pressão} \\ \text{(compactação} \\ \text{de moléculas)}}} + \underbrace{I_w}_{\substack{\text{perda} \\ \text{(energia} \\ \text{perdida)}}} + \underbrace{W_S}_{\text{trabalho de eixo}} = 0$$

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + I_w + W_S = 0$$

Para líquido incompressível $\Rightarrow \rho = \text{constante}$

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} = \Delta \frac{p}{\rho}$$

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta p}{\rho} + l_w + W_s = 0$$

Equação de Bernoulli

Para $W_s = 0$ e $l_w = 0$:

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta p}{\rho} = 0$$

Essa é a conhecida equação de Bernoulli, em homenagem a Daniel Bernoulli (1700-1782). Muitas vezes, a equação de Bernoulli é escrita na forma:

$$\frac{\Delta u_b^2}{2g} + \Delta z + \frac{\Delta p}{\gamma} = 0$$

em que: $\gamma = \rho g$

O termo $\Delta p/\gamma$ é chamado de perda da carga de pressão, Δz de perda da carga potencial e $\Delta u_b^2/2g$ de perda da carga cinética. A soma dessas três perdas de carga é chamada de perda da carga total.

Sistemas que contêm bomba ou turbina

Para sistemas que contêm bomba ou turbina, como o esquematizado na Figura 4.7, é usual dividir a perda em:

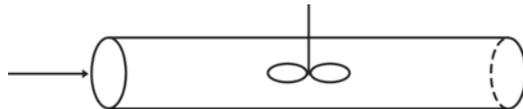


Figura 4.7 Sistema contendo um elemento realizador de trabalho de eixo (bomba ou turbina).

- perda na tubulação (l_{wf});
- perda na turbina (l_{wt}) ou bomba (l_{wp}).

A perda na tubulação pode ser calculada por meio de um balanço diferencial de quantidade de movimento.

Sistemas que contêm turbina

$$\underbrace{I_w}_{\text{perda total}} = \underbrace{I_{wf}}_{\text{perda na tubulação}} + \underbrace{I_{wt}}_{\text{perda na turbina}}$$

Para turbina, $W_S > 0$. A eficiência da turbina (η_t) é definida como:

$$\eta_t = \frac{\overbrace{W_S}^{\text{trabalho transmitido ao eixo da turbina}}}{\underbrace{W_S + I_{wt}}_{\text{trabalho cedido na turbina}}}$$

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + I_{wf} + \frac{W_S}{\eta_t} = 0$$

Sistemas que contêm bomba

$$\underbrace{I_w}_{\text{perda total}} = \underbrace{I_{wf}}_{\text{perda na tubulação}} + \underbrace{I_{wp}}_{\text{perda na bomba}}$$

Para bomba, $W_S < 0$. A eficiência da bomba (η_p) é definida como:

$$\eta_p = \frac{\overbrace{W_S + I_{wp}}^{\text{trabalho absorvido pelo sistema}}}{\underbrace{W_S}_{\text{trabalho transmitido pelo eixo}}}$$

W_S e I_{wf} são de sinais opostos.

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + I_{wf} + \eta_p W_S = 0$$

4.5 Tubo de Pitot

O tubo de Pitot é um instrumento simples para medir a velocidade de escoamentos. Seu uso depende da habilidade de medir as pressões de estagnação e estática do escoamento.

Pressão estática, dinâmica, de estagnação e total

Na equação de Bernoulli,

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta p}{\rho} = 0$$

$$\left(\rho \frac{u_{b_2}^2}{2} + \rho g z_2 + p_2 \right) - \left(\rho \frac{u_{b_1}^2}{2} + \rho g z_1 + p_1 \right) = 0$$

a pressão p é a pressão termodinâmica no fluido que escoar e é muitas vezes chamada de pressão estática, e o termo $\rho u_b^2/2$ é denominado de pressão dinâmica. Essa pressão surge da conversão da energia cinética do fluido em aumento da pressão quando o fluido é levado ao repouso. A soma dos dois termos

$$p + \rho \frac{u_b^2}{2}$$

é chamada de pressão total ou pressão de estagnação, a pressão em um ponto de estagnação no escoamento. Um ponto de velocidade zero é chamado ponto de estagnação. A Figura 4.8 ilustra alguns medidores de pressão.

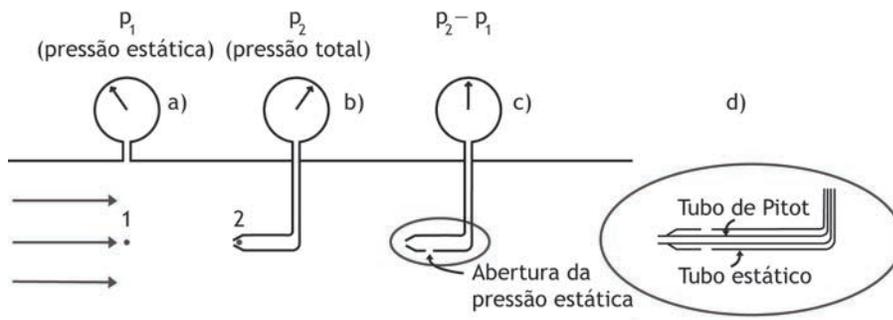


Figura 4.8 Medidores de pressão: a) tubo piezométrico; b) tubo de Pitot; c) tubo de Pitot estático compacto; d) diagrama esquemático do tubo de Pitot compacto.

A Figura 4.9 mostra esquematicamente um tubo de Pitot simples. Ele consiste de um tubo com uma abertura perpendicular à direção do escoamento e um segundo tubo cuja abertura é paralela ao escoamento.

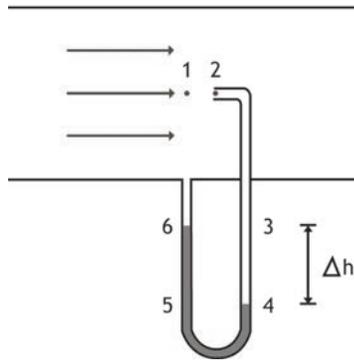


Figura 4.9 Tubo de Pitot simples.

A velocidade do escoamento é calculada a partir da diferença entre a pressão na abertura paralela ao escoamento (chamada de pressão estática) e a pressão no tubo de impacto (chamada de pressão estagnante).

Na Figura 4.9, a diferença entre as duas pressões é indicada pela diferença dos níveis do líquido no manômetro. A equação de Bernoulli pode ser escrita nos pontos 1 e 2. Como a velocidade em 2 é nula,

$$\frac{u_{b1}^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} = 0 \quad (4.5)$$

A equação de trabalho para o tubo de Pitot é, usualmente:

$$u = C \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

O fator C é introduzido para levar em conta os desvios da equação 4.5. Para a maioria dos tubos de Pitot, C é aproximadamente igual a 1, mas para determinações precisas da velocidade, seu valor deve ser determinado por calibração do instrumento.

Por meio de uma simples análise hidrostática, é possível relacionar a leitura do manômetro ao valor de Δp e, conseqüentemente, à velocidade do escoamento u .

$$u = C \sqrt{\frac{2g(\rho_m - \rho)\Delta h}{\rho}}$$

em que ρ_m é a massa específica do fluido manométrico.

O tubo de Pitot mede a velocidade local ou de ponto. Leituras em pontos sucessivos através do cano permitem obter os perfis de velocidade. A partir do perfil pode-se obter a velocidade média por cálculo numérico ou gráfico, se necessário.

Exemplo 4.2

Um tubo de Pitot (Figura 4.10) é cuidadosamente alinhado a uma corrente de ar de densidade $1,23 \text{ kg/m}^3$. Se o manômetro diferencial ligado ao tubo mostra uma leitura de 150 mm de água, qual é a velocidade da corrente de ar?

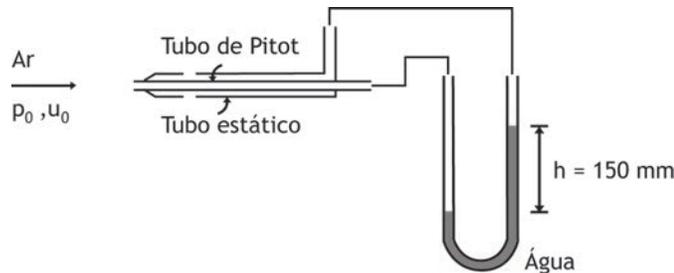


Figura 4.10 Tubo de Pitot com manômetro em U acoplado.

Solução:

$$p_s - p_0 = \frac{1}{2} \rho u_0^2$$

$$u_0 = \sqrt{\frac{2(p_s - p_0)}{\rho}}$$

A diferença $(p_s - p_0)$ é dada pela leitura do manômetro de tubo em U.

$$u_0 = \sqrt{\frac{2(0,150)(9810)}{1,23}}$$

$$u_0 = 48,9 \text{ m/s}$$

4.6 Exercícios resolvidos

Exercício 1

Uma indústria precisa bombear água a uma vazão de $0,005 \text{ m}^3/\text{s}$ de uma represa para seu reservatório. Num projeto preliminar constatou-se que seriam necessários 1000 m de cano e que o desnível do reservatório até a represa é de 100 m . A indústria dispõe do seguinte material:

Cano 1	perda por metro $0,2 \text{ m}^2/\text{s}^2$ custo por metro $\text{US\$ } 100,00$
Cano 2	perda por metro $1,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ custo por metro $\text{US\$ } 10,00$
Bomba A	potência 20 hp custo $\text{US\$ } 25000,00$
Bomba B	potência 10 hp custo $\text{US\$ } 20000,00$

Qual o conjunto tubulação-bomba economicamente mais viável? Justifique com cálculos.

Dados: $1 \text{ hp} = 745,7 \text{ Watts}$; $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$; $g = 9,81 \text{ m}^2/\text{s}$; $\eta_p = 1$.

Solução:

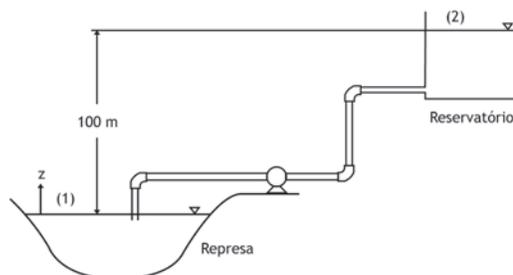


Figura 4.11 Sistema de bombeamento.

1000 m de cano

$$w_v = 0,005 \text{ m}^3/\text{s}$$

Tabela 4.1 Custo total usando cano 1 ou cano 2.

	Perda/m (m^2/s^2)	Perda total (m^2/s^2)	Custo/m (US\$)	Custo total (US\$)
Cano 1	0,2	200	100	100000
Cano 2	1,5	1500	10	10000
Bomba	Potência (hp)	Custo (US\$)		
A	20	25000		
B	10	20000		

$$\text{BGEM (1) e (2): } \frac{\Delta u_b^2}{2} + \frac{\Delta p}{\rho} + g\Delta z + l_{wf} + \eta_p W_S = 0$$

Tomando a superfície da água na represa (1) e a superfície da água no reservatório (2) como superfícies permeáveis, e o fato de que ambas são grandes,

pode-se admitir que as velocidades u_{b_1} e u_{b_2} sejam desprezíveis (o símbolo ∇ na figura indica isso). A pressão sobre a superfície (1) é atmosférica e sobre a superfície (2) também. Considera-se ainda que $\eta_p = 1$, então:

$$\frac{\overbrace{\Delta u_b^2}^{=0 \ u_{b_2}=u_{b_1}}}{2} + \frac{\overbrace{\Delta p}^{=0 \ \text{atmosférica}}}{\rho} + g\Delta z + l_{wf} + \underbrace{\eta_p}_{=1 \ \text{admitindo}} W_S = 0$$

$$g\Delta z + l_{wf} + W_S = 0$$

Cano 1:

$$g\Delta z + l_{wf_1} + W_{S_1} = 0$$

$$9,8(100) + 200 + W_{S_1} = 0$$

$$W_{S_1} = -1180 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Potência da bomba 1:

$$\dot{W}_{S_1} = wW_{S_1}$$

BGM entre 1 e 2:

$$\Delta w + \underbrace{\frac{dM}{d\theta}}_{=0 \ \text{estado estacionário}} = 0$$

$$w_1 = w_2 = w$$

$$w = \rho w_v$$

$$w = 1000(0,005) = 5 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_{S_1} = 1180(5) = 5900 \text{ m}^2/\text{s}^2 \text{ kg/s} = 5900 \text{ J/s} = 5900 \text{ W}$$

$hp = 746 \text{ W} \Rightarrow \dot{W}_{S_1} = 7,91 \text{ hp} \therefore$ para o cano 1 precisamos de uma bomba de no mínimo 7,91 hp.

Cano 2:

$$g\Delta z + I_{wf_2} + W_{S_2} = 0$$

$$9,8(100) + 1500 + W_{S_2} = 0$$

$$W_{S_2} = -2480 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Potência da bomba 2:

$$\dot{W}_{S_2} = wW_{S_2}$$

$$\dot{W}_{S_2} = 2480(5) = 12400 = 16,62 \text{ hp}$$

Tabela 4.2 Custo final das configurações.

Possibilidades	Custo (US\$)	Requisito de potência da bomba (hp)	Potência da bomba (hp)	Recomendação
Cano 1 e bomba A	125000	7,91	20	Sim
Cano 1 e bomba B	120000	7,91	10	Sim
Cano 2 e bomba A	35000	16,62	20	Sim
Cano 2 e bomba B	30000	16,62	10	Não

Melhor combinação: cano 2 e bomba A

Exercício 2

No sistema $\Delta h = 6 \text{ cm}$ e $w = 0,3 \text{ kg/s}$, considerando-se que existem perdas por atrito, qual seria Δh se o fluido estivesse escoando da direita para a esquerda com a mesma vazão w ? Considere a perda por atrito não variando com a direção do escoamento.

Dados: $D_1 = 3 \text{ cm}$; $D_2 = 1,5 \text{ cm}$

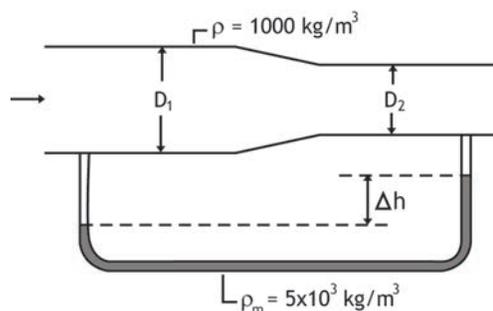


Figura 4.12 Esquema do sistema.

Solução:

É um exercício de aplicação do balanço global de energia mecânica.

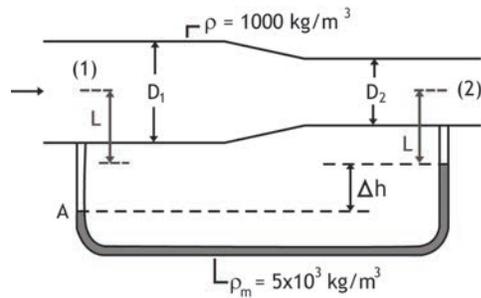


Figura 4.13 Definição da altura L .

$$\Delta h = 6 \text{ cm}$$

$$w = 0,3 \text{ kg/s}$$

$$D_1 = 3 \text{ cm}$$

$$D_2 = 1,5 \text{ cm}$$

$$p_A = p_1 + \rho g L + \rho g \Delta h$$

$$p_A = p_2 + \rho g L + \rho_m g \Delta h$$

$$p_1 + \rho g L + \rho g \Delta h = p_2 + \rho g L + \rho_m g \Delta h$$

$$p_1 + \rho g \Delta h = p_2 + \rho_m g \Delta h$$

$$p_1 - p_2 = \rho_m g \Delta h - \rho g \Delta h$$

$$p_1 - p_2 = (\rho_m - \rho) g \Delta h$$

$$p_1 - p_2 = (5 \times 10^3 - 1 \times 10^3) (9,8) (0,06) = 2352 \text{ N/m}^2$$

$$\text{BGEM (1) e (2): } \frac{\Delta u_b^2}{2} + \frac{\Delta p}{\rho} + g \Delta z + l_{wf} + \eta_p W_S = 0$$

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + \frac{\Delta p}{\rho} + l_{wf} = 0$$

$$\frac{u_{b2}^2 - u_{b1}^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + l_{wf} = 0$$

$$l_{wf} = \frac{u_{b1}^2 - u_{b2}^2}{2} + \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$

$$\text{BGM (1) e (2): } \Delta w + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

$$w_2 - w_1 + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

$$w_2 - w_1 = 0$$

$$w_1 = \rho u_{b_1} A_1$$

$$u_{b_1} = \frac{w_1}{\rho A_1}$$

$$u_{b_1} = \frac{0,3}{(1000) \frac{\pi(0,03^2)}{4}} = 0,4244 \text{ m/s}$$

$$w_2 = \rho u_{b_2} A_2$$

$$u_{b_2} = \frac{w_2}{\rho A_2}$$

$$u_{b_2} = \frac{0,3}{(1000) \frac{\pi(0,015^2)}{4}} = 1,6977 \text{ m/s}$$

$$l_{wf} = \frac{0,4244^2 - 1,6977^2}{2} + \frac{2352}{1000} = 1,0011 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Invertendo a direção do escoamento (2) ← (1)

$$p_A = p'_2 + \rho g L + \rho_m g \Delta h'$$

$$p_A = p'_1 + \rho g L + \rho g \Delta h'$$

$$p'_1 - p'_2 = (\rho_m - \rho) g \Delta h'$$

$$u_{b_1} = 1,6977 \text{ m/s}$$

$$u_{b_2} = 0,4244 \text{ m/s}$$

$$l_{wf} = \frac{u_{b_1}^2 - u_{b_2}^2}{2} + \frac{p'_1 - p'_2}{\rho}$$

$$1,0011 = \frac{1,6977^2 - 0,4244^2}{2} + \frac{p'_1 - p'_2}{1000}$$

$$p'_1 - p'_2 = -349,9$$

$$-349,9 = (5 \times 10^3 - 1 \times 10^3)(9,8) \Delta h'$$

$$\Delta h' = -8,926 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta h' = -0,8926 \text{ cm}$$

Exercício 3

Considere a bomba da Figura 4.14 transportando água entre dois reservatórios. Por meio de medições, sabe-se que as perdas por atrito nas estações 1-2 e 3-4 são iguais a $160,87 \text{ ft}^2/\text{s}^2$. As elevações são $z_1 = 20 \text{ ft}$ e $z_5 = 40 \text{ ft}$, e a vazão de descarga é $w_v = 0,5 \text{ ft}^3/\text{s}$. A área da seção transversal do cano é $0,04 \text{ ft}^2$ e a eficiência da bomba é 75%. Usando essas informações, calcule a potência da bomba requerida.

$$1 \text{ hp} = 550 \text{ lbf}$$

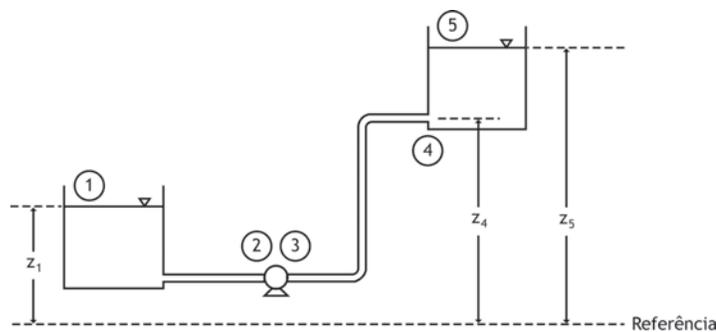


Figura 4.14 Esquema do sistema.

Solução:

É um exercício de aplicação do balanço global de energia mecânica.

$$\text{BGEM (1) e (5): } \frac{\Delta u_b^2}{2} + \frac{\Delta p}{\rho} + g\Delta z + I_{wf} + \eta_p W_S = 0$$

$$g\Delta z + I_{wf1-2} + I_{wf3-4} + I_{wf4-5} + \eta_p W_S = 0$$

Estimativa de I_{wf4-5}

A descarga do cano no ponto 4 é um jato paralelo e eventualmente a velocidade do jato é dissipada.

$$\text{BGEM (4) e (5): } \frac{0 - u_{b_4}^2}{2} + g(z_5 - z_4) - \frac{0 - p_4}{\rho} + I_{wf4-5} = 0$$

Entretanto, se o fluido próximo ao jato é estacionário, então a pressão é hidráulicamente distribuída, isto é:

$$p_4 = \rho g(z_5 - z_4)$$

$$I_{wf4-5} = \frac{u_{b_4}^2}{2}$$

Cálculo de u_{b_4} :

$$w_v = u_{b_4} A_4$$

$$0,5 = u_{b_4} (0,04)$$

$$u_{b_4} = 12,5 \text{ ft/s} \therefore I_{wf4-5} = 78,125 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

$$32,174(20) + 160,87 + 160,87 + 78,125 + 0,75 W_s = 0$$

$$W_s = -1391,12 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

Agora,

$$w = w_v \rho = 0,5(62,4) = 31,2 \text{ lb/s}$$

$$\dot{W}_s = w W_s = 31,2(1391,12) = 43402,9 \text{ lbf ft}^2/\text{s}^3$$

$$\dot{W}_s = 43402,9 \text{ poundal ft/s}$$

$$\dot{W}_s = \frac{43402,9}{32,174} = 1349,00 \text{ lbf ft/s}$$

$$\dot{W}_s = \frac{1349,00}{550} = 2,452 \text{ hp}$$

Exercício 4

No sistema mostrado na Figura 4.15 escoia água e a bomba fornece a energia necessária de modo que a velocidade na saída seja de 20 ft/s . Assumindo que não haja perdas em qualquer ponto do sistema, quanta energia está sendo fornecida pela bomba? Quais são as pressões nos pontos 2 e 3?

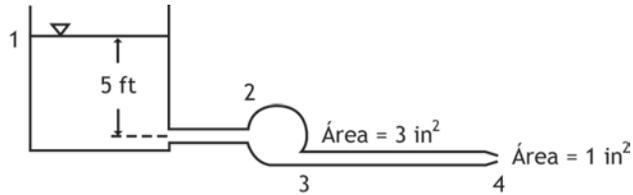


Figura 4.15 Esquema do sistema.

Solução:

É um exercício de aplicação do balanço global de energia mecânica.

$$w_v = u_{b_4} A$$

$$w_v = 20 \left(\frac{1}{144} \right) = 0,138888 \text{ ft}^3/\text{s}$$

(3) e (4):

$$\text{BGM: } \Delta w + \underbrace{\frac{dM}{d\theta}}_{=0 \text{ estado estacionário}} = 0$$

$$w_3 = w_4$$

$$\rho u_{b_3} A_3 = \rho u_{b_4} A_4$$

$$u_{b_3} A_3 = u_{b_4} A_4$$

$$u_{b_3} = u_{b_4} \frac{A_4}{A_3}$$

$$u_{b_3} = 6,66666 \text{ ft/s}$$

$$\text{BGEM: } \frac{u_{b_4}^2 - u_{b_3}^2}{2} + \frac{\overbrace{p_4}^{=0, \text{ manométrica}} - p_3}{\rho} = 0$$

$$\frac{20^2 - 6,66666^2}{2} - \frac{p_3}{62,4} = 0$$

$$p_3 = 11093,3 \text{ lbft/s}^2/\text{ft}^2 = 11093,3 \text{ poundal/ft}^2$$

$$\text{BGEM (1) e (3): } \frac{\Delta u_b^2}{2} + \frac{\Delta p}{\rho} + g\Delta z + l_{wf} + \eta_p W_S = 0$$

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta p}{\rho} + \eta_p W_S = 0$$

$$\frac{u_{b_3}^2 - \overbrace{u_{b_1}^2}^{=0}}{2} + g \left(\overbrace{z_3}^{=0} - z_1 \right) + \frac{p_3 - \overbrace{p_1}^{=0, \text{manométrica}}}{\rho} + \underbrace{\eta_p}_{=1} W_S = 0$$

$$\frac{6,66666^2}{2} + 32,174(-5) + \frac{11093,3}{62,4} + W_S = 0$$

$$W_S = -39,1294 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

$$\text{BGEM (1) e (2): } \frac{\Delta u_b^2}{2} + \frac{\Delta p}{\rho} + g\Delta z + l_{wf} + \eta_p W_S = 0$$

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta p}{\rho} = 0$$

$$\frac{u_{b_2}^2 - \overbrace{u_{b_1}^2}^{=0}}{2} + g \left(\overbrace{z_2}^{=0} - z_1 \right) + \frac{p_2 - \overbrace{p_1}^{=0, \text{manométrica}}}{\rho} = 0$$

$$u_{b_2} = u_{b_3}$$

$$\frac{6,66666^2}{2} + 32,174(-5) + \frac{p_2}{62,4} = 0$$

$$p_2 = 8651,62 \text{ poundal/ft}^2$$

UNIDADE 5

Balanço global de quantidade de movimento

5.1 Balanço global de quantidade de movimento (BGQM)

A Segunda Lei de Newton numa direção x na forma mais geral é:

$$\underbrace{\check{F}_x}_{\text{componente vetor força}} = \frac{d(Mu_x)}{d\theta}$$

em que u_x é a velocidade, \check{F}_x a força, M a massa e θ o tempo.

O produto Mu_x tem dimensão de quantidade de movimento, Q.M., e dividido por θ , tem dimensão de fluxo de Q.M.

$$\text{Para } M = \text{constante} \Rightarrow \check{F}_x = \underbrace{\frac{Md(u_x)}{d\theta}}_{\text{fluxo de Q.M.}} \text{ grandeza vetorial}$$

Q.M. é vetorial \rightarrow vamos fazer o balanço numa direção

Direção x :

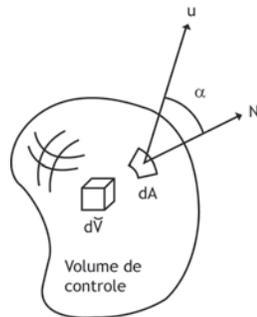


Figura 5.1 Fluxo de fluido com velocidade u e ângulo α em relação à normal N através de dA desloca uma quantidade $d\check{V}$ de fluido.

$$\rho u A = \text{vazão de massa}$$

$$\rho u A u_x = \text{fluxo de Q.M. na direção } x$$

$$\text{sai} - \text{entra} + \text{acúmulo} = \sum \check{F}_x$$

$$\text{sai} - \text{entra} = \iint_A u_x \rho u \cos \alpha dA$$

$$\text{acúmulo} = \frac{\partial}{\partial \theta} \underbrace{\iiint_V u_x \rho d\check{V}}_{\check{P}_x}$$

\check{P}_x componente do vetor de Q.M.

$$\iint_A u_x \rho u \cos \alpha dA + \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta} = \underbrace{\sum \tilde{F}_x}_{\text{forças para manter o volume de controle fixo}}$$

$$\sum \tilde{F}_x = \underbrace{\tilde{F}_{xp}}_{\text{pressão}} + \underbrace{\tilde{F}_{xd}}_{\text{cisalhamento atrito}} + \underbrace{\tilde{F}_{xg}}_{\text{gravidade}} + \underbrace{\tilde{R}_x}_{\text{força externa a ser aplicada no V.C.}}$$

A escolha do volume de controle deve ser criteriosa. A Figura 5.2 mostra volumes de controle diferentes para um mesmo problema.

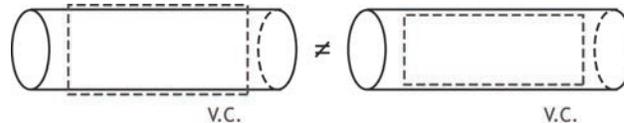


Figura 5.2 Dois volumes de controle diferentes. Um envolve a lateral do tubo e o outro não.

$$\iint_A u_x \rho u \cos \alpha dA + \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta} = \tilde{F}_{xp} + \tilde{F}_{xd} + \tilde{F}_{xg} + \tilde{R}_x \quad \text{BGQM}$$

5.2 Simplificações

Em muitas aplicações, o escoamento atravessa as fronteiras da superfície de controle apenas em certas entradas e saídas simplificadas, que são aproximadamente unidimensionais, conforme ilustra a Figura 5.3.

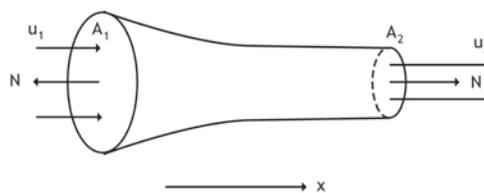


Figura 5.3 Volume de controle com entrada e saída unidimensionais simplificadas.

Nas situações mais comuns, todo fluxo para dentro é normal a uma área A_1 , e todo fluxo para fora é normal a A_2 . O escoamento é paralelo às outras superfícies de controle. Considera-se ainda que a massa específica ρ seja uniforme nas seções transversais de entrada ou de saída. Nesse caso, a integração na superfície S reduz-se à integração apenas nas áreas A_1 e A_2 .

$\rho = \text{constante na área}$

$u \perp \text{ao V.C.}$

$$\rho_2 \iint_{A_2} u_{x_2}^2 dA_2 - \rho_1 \iint_{A_1} u_{x_1}^2 dA_1 + \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta} = \sum \tilde{F}_x$$

$$\frac{A_2}{A_2} \rho_2 \iint_{A_2} u_{x_2}^2 dA_2 - \frac{A_1}{A_1} \rho_1 \iint_{A_1} u_{x_1}^2 dA_1 + \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta} = \sum \tilde{F}_x$$

Agora,

$$(u_x^2)_{av} = \frac{1}{A} \iint_A u_x^2 dA$$

então:

$$\rho_2 (u_x^2)_{av,2} A_2 - \rho_1 (u_x^2)_{av,1} A_1 + \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta} = \sum \tilde{F}_x$$

$$\frac{u_{b_2}}{u_{b_2}} \rho_2 (u_x^2)_{av,2} A_2 - \frac{u_{b_1}}{u_{b_1}} \rho_1 (u_x^2)_{av,1} A_1 + \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta} = \sum \tilde{F}_x$$

Mas $w = \rho u_b A$

$$\frac{w_2 (u_x^2)_{av,2}}{u_{b_2}} - \frac{w_1 (u_x^2)_{av,1}}{u_{b_1}} + \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta} = \sum \tilde{F}_x$$

$$\Delta \frac{w (u_x^2)_{av}}{u_b} + \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta} = \sum \tilde{F}_x$$

No estado estacionário, $\frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta} = 0$

$$\Delta \frac{w (u_x^2)_{av}}{u_b} = \sum \tilde{F}_x$$

Se a variação de u_b na área for desprezível ($u_x = u_b$)

$$\Delta w u_x = \tilde{F}_{xp} + \tilde{F}_{xd} + \tilde{F}_{xg} + \tilde{R}_x$$

Direção y:

$$\Delta w u_y = \check{F}_{yp} + \check{F}_{yd} + \check{F}_{yg} + \check{R}_y$$

Direção z:

$$\Delta w u_z = \check{F}_{zp} + \check{F}_{zd} + \check{F}_{zg} + \check{R}_z$$

Exemplo 5.1

Calcule a força que deve ser aplicada para manter a curva em equilíbrio.

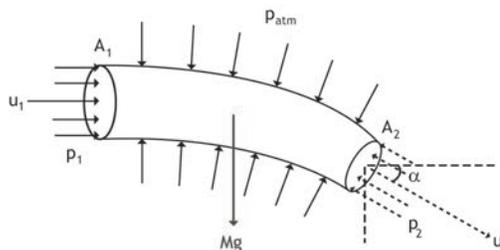


Figura 5.4 Escoamento de um fluido através de uma curva.

p_1 e p_2 , pressões manométricas

Solução:

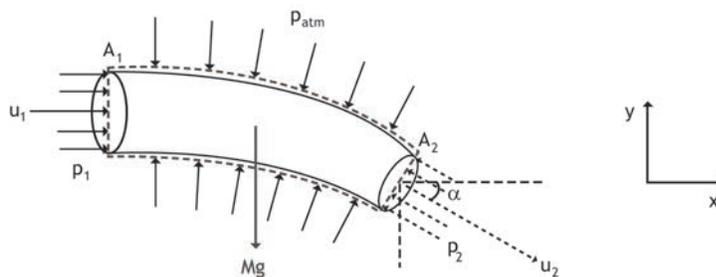


Figura 5.5 Sistema de coordenadas adotado para a curva.

$$\text{BGM: } \Delta w + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

= 0 estado estacionário

$$W_1 = W_2 = W$$

BGQM:

estado estacionário

ρ = constante na área

u não varia na área

Direção x:

$$\Delta w u_x + \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta} = \tilde{F}_{xp} + \tilde{F}_{xd} + \tilde{F}_{xg} + \tilde{R}_x$$

$$\Delta w u_x + \underbrace{\frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta}}_{=0} = \tilde{F}_{xp} + \underbrace{\tilde{F}_{xd}}_{=0 \text{ devido ao V.C.}} + \underbrace{\tilde{F}_{xg}}_{=0 \text{ gravidade na direção x}} + \tilde{R}_x$$

\tilde{F}_{xp} é a integral das forças de pressão agindo sobre a superfície de controle do volume de controle. Se parte da superfície de controle é sólida e essa parede está envolvida pela superfície, existe uma contribuição para \tilde{F}_{xp} devida à pressão sobre a parte externa da parede; ela é então a pressão atmosférica. Toma-se a pressão como dirigida para dentro da superfície de controle, perpendicularmente a esta, nos pontos onde a superfície corta o fluido. Em A_1 existe uma força $p_{abs,1}$ dirigida à direita. Em A_2 existe uma força $p_{abs,2}$ perpendicular na extremidade. Por outro lado, a pressão atmosférica p_{atm} atuando sobre o lado de fora do bocal exerce uma força equivalente a $p_{atm}(A_1 - A_2 \cos \alpha)$, dirigida para a esquerda. Assim, o valor líquido da força \tilde{F}_{xp} é $p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos \alpha$.

$$w(u_{x_2} - u_{x_1}) = p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos \alpha + \tilde{R}_x$$

$$w(u_2 \cos \alpha - u_1) = p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos \alpha + \tilde{R}_x$$

$$\tilde{R}_x = w(u_2 \cos \alpha - u_1) + p_2 A_2 \cos \alpha - p_1 A_1$$

Direção y:

$$\Delta w u_y + \frac{\partial \tilde{P}_y}{\partial \theta} = \tilde{F}_{yp} + \tilde{F}_{yd} + \tilde{F}_{yg} + \tilde{R}_y$$

$$\Delta w u_y + \underbrace{\frac{\partial \tilde{P}_y}{\partial \theta}}_{=0} = \tilde{F}_{yp} + \underbrace{\tilde{F}_{yd}}_{=0 \text{ devido ao V.C.}} + \tilde{F}_{yg} + \tilde{R}_y$$

$$w \left(u_{y_2} - \underbrace{u_{y_1}}_{=0} \right) = \rho_2 A_2 \operatorname{sen} \alpha - Mg + \check{R}_y$$

$$w(-u_2 \operatorname{sen} \alpha) = \rho_2 A_2 \operatorname{sen} \alpha - Mg + \check{R}_y$$

$$\check{R}_y = -\rho_2 A_2 \operatorname{sen} \alpha + Mg - w u_2 \operatorname{sen} \alpha$$

Exemplo 5.2

Calcule a força que deve ser aplicada em um escoamento através de uma canalização curva horizontal. Visualize o plano x-z na horizontal.

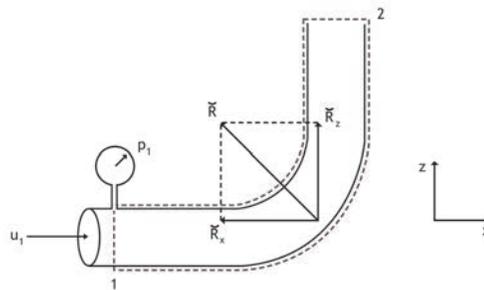


Figura 5.6 Curva horizontal e o sistema de coordenadas.

Dados:

$$u_1 = 70 \text{ ft/s}$$

$$p_1 = 20 \text{ psi}$$

$$D = 2 \text{ in} = 2/12 \text{ ft}$$

$$\rho = 62,14 \text{ lb/ft}^3$$

$$g_c = 32,17 \text{ poundal/lbf}$$

$$\check{R} = ?$$

Solução:

$$\text{BGM: } \Delta w + \underbrace{\frac{dM}{d\theta}}_{=0 \text{ estado estacionário}} = 0$$

$$w_1 = w_2$$

$$\rho u_1 A = \rho u_2 A \Rightarrow u_1 = u_2$$

BGQM:

estado estacionário

ρ = constante na área

u = constante na área

Direção x:

$$\Delta w u_x + \underbrace{\frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \theta}}_{=0} = \tilde{F}_{xp} + \underbrace{\tilde{F}_{xd}}_{=0 \text{ devido ao V.C.}} + \underbrace{\tilde{F}_{xg}}_{=0 \text{ gravidade na direção y}} + \tilde{R}_x$$

$$w(u_{x_2} - u_{x_1}) = p_1 A_1 + \tilde{R}_x$$

$$w(0 - u_{x_1}) = p_1 A_1 + \tilde{R}_x$$

$$\tilde{R}_x = -p_1 A_1 - w u_{x_1}$$

$$w = \rho u A$$

$$w = 62,14(70) \frac{\pi \left(\frac{2}{12}\right)^2}{4} = 94,9 \text{ lb/s}$$

$$\tilde{R}_x = -20(32,17)(12^2) \frac{\pi \left(\frac{2}{12}\right)^2}{4} - 94,9(70) = -8664,3 \text{ lb ft/s}^2 \text{ ou poundal}$$

Direção z:

$$\Delta w u_z + \underbrace{\frac{\partial \tilde{P}_z}{\partial \theta}}_{=0} = \underbrace{\tilde{F}_{zp}}_{=0 \text{ pressão manométrica é nula}} + \underbrace{\tilde{F}_{zd}}_{=0 \text{ devido ao V.C.}} + \underbrace{\tilde{F}_{zg}}_{=0 \text{ gravidade na direção y}} + \tilde{R}_z$$

$$\Delta w u_z = \tilde{R}_z$$

$$\tilde{R}_z = 94,9(70) = 6643 \text{ lb ft/s}^2 \text{ ou poundal}$$

5.3 Observação

No livro de Brodkey & Hershey (1988), o termo $\frac{(u^3)_{av}}{u_b}$ é substituído por $\frac{u_b^2}{\alpha}$, em que α é o termo de correção da energia cinética definido como:

$$\alpha = \frac{u_b^3}{(u^3)_{av}}$$

Então a equação é:

$$\Delta \frac{u_b^2}{2\alpha} + g\Delta z + \Delta H = Q - W_s$$

α é normalmente assumido igual a 1. Brodkey & Hershey (1988) fornecem um gráfico de diversos valores de α versus Re para escoamento em tubos (Figura 5.7).

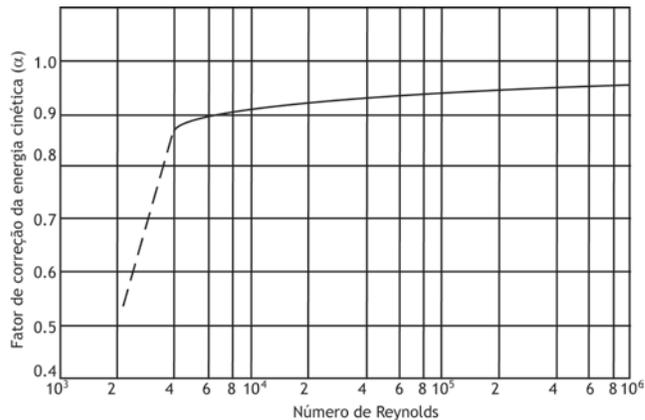


Figura 5.7 Fator de correção da energia cinética em função do número de Reynolds para escoamento em tubos.

Fonte: adaptada de Brodkey & Hershey (1988).

Laminar: $\alpha = \frac{1}{2}$

5.4 Exercícios resolvidos

Exercício 1

Um jato de 3" de diâmetro tem uma velocidade de 110 ft/s. Ele se choca com uma lâmina que se move na mesma direção a 70 ft/s, conforme a Figura 5.8. Supondo-se ausência de atrito, calcule as componentes em x e y da força

resultante necessária para manter a lâmina na velocidade dada. O plano x-y é horizontal.

$$\rho = 62,4 \text{ lb/ft}^3$$

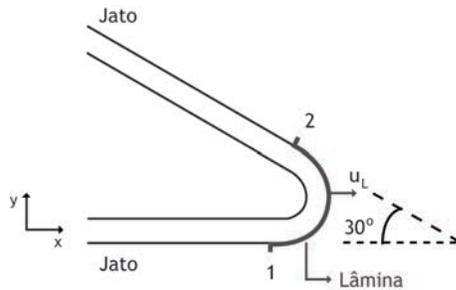


Figura 5.8 Jato de fluido se chocando contra uma lâmina em movimento.

Solução:

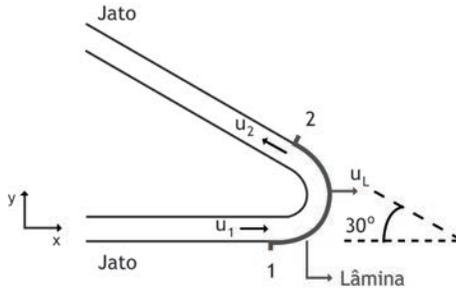


Figura 5.9 Jato de fluido através das duas superfícies permeáveis nos pontos 1 e 2.

$$\text{BGM (1) e (2): } w_1 = w_2 \Rightarrow u_1 = u_2$$

A velocidade relativa com a lâmina se movendo a 70 ft/s é dada por:

$$u_1 = 110 - u_L$$

$$u_1 = 110 - 70 = 40 \text{ ft/s}$$

BGQM (1) e (2):

Direção x:

$$\Delta w u_x = \check{R}_x$$

$$w(u_{x_2} - u_{x_1}) = \check{R}_x$$

$$w(-u_2 \cos 30^\circ - u_1) = \check{R}_x$$

$$w(-u_1 \cos 30^\circ - u_1) = \check{R}_x$$

$$wu_1(-\cos 30^\circ - 1) = \check{R}_x$$

$$w = \rho u_b A$$

$$w = 62,4(40) \frac{\pi(3/12)^2}{4} = 122,5221 \text{ lb/s}$$

$$122,5221(40)(-\cos 30^\circ - 1) = \check{R}_x$$

$$\check{R}_x = -9145,1740 \text{ poundal} = -284,2411 \text{ lbf}$$

$$1 \text{ lbf} = 32,174 \text{ poundal}$$

Direção y:

$$\Delta wu_y = \check{R}_y$$

$$w(u_{y_2} - u_{y_1}) = \check{R}_y$$

$$w(u_2 \text{ sen} 30^\circ - 0) = \check{R}_y$$

$$122,522(40) \text{ sen} 30^\circ = \check{R}_y$$

$$\check{R}_y = 2540,442 \text{ poundal} = 76,1621 \text{ lbf}$$

$$\check{R}^2 = 284,2^2 + 76,16^2$$

$$\check{R} = 294,2680 \text{ lbf}$$

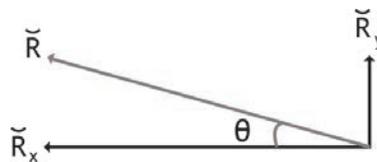


Figura 5.10 Composição da força de resistência \check{R} a partir de \check{R}_x e de \check{R}_y .

$$\theta = 14,9999^\circ$$

Exercício 2

Água jorra sobre uma placa com uma força de 150 kgf. Essa água é proveniente de um sistema no qual está acoplado um elemento realizador de trabalho. Um manômetro, situado antes do elemento, registra 2 kgf/cm^2 , e os diâmetros das tubulações antes e depois do elemento são, respectivamente, 30 e 15 cm. Pergunta-se: o elemento realizador de trabalho é uma bomba ou uma turbina? Qual a sua potência em hp?

Dados: $\rho = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$; $1 \text{ kgf} = 9,81 \text{ N}$; $\eta = 1$; $g = 9,81 \text{ m}^2/\text{s}$.

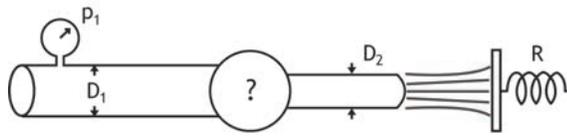


Figura 5.11 Esquema do sistema.

Solução:

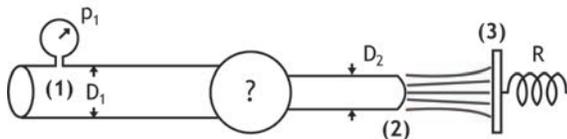


Figura 5.12 Localização dos pontos escolhidos para a solução do exercício.

$$\rho_1 = 2 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (manométrica)}$$

$$D_1 = 30 \text{ cm}$$

$$D_2 = 15 \text{ cm}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$1 \text{ kgf} = 9,8 \text{ N}$$

$$1 \text{ hp} = 745,6 \text{ W}$$

Vamos usar pressões manométricas.

A dica para resolver este problema é a seguinte: para saber o tipo do elemento realizador de trabalho, é preciso aplicar o BGEM entre duas superfícies apropriadas. Neste caso, essas duas superfícies são as superfícies 1 e 2.

$$\text{BGEM (1) e (2): } \frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta p}{\rho} + I_{wf} + \eta_p W_S = 0$$

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + g \underbrace{\Delta z}_{=0} + \frac{\Delta p}{\rho} + \underbrace{I_{wf}}_{=0, \text{ sem atrito}} + \underbrace{\eta_p}_{=1} W_S = 0$$

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + \frac{\Delta p}{\rho} + W_S = 0$$

$$\frac{u_{b_2}^2 - u_{b_1}^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + W_S = 0$$

$$\frac{u_{b_2}^2 - u_{b_1}^2}{2} + \frac{\overbrace{p_2}^{=0, \text{ atmosfera}} - p_1}{\rho} + W_S = 0$$

BGQM (2) e (3):

Direção x:

$$\Delta w u_x = \check{F}_{xp} + \check{F}_{xd} + \check{F}_{xg} + \check{R}_x$$

$$\Delta w u_x = 0 + 0 + 0 + \check{R}_x$$

$$w(u_{x_3} - u_{x_2}) = \check{R}_x$$

$$w \left(\underbrace{u_{x_3}}_{=0, \text{ bateu na placa}} - u_{x_2} \right) = \check{R}_x$$

$$-w u_{x_2} = \check{R}_x$$

$$-w u_{x_2} = -150 \text{ kgf, força da placa sobre a água}$$

$$-w u_{x_2} = -150(9,8) = -1470 \text{ N}$$

$$w_2 = \rho u_{b_2} A_2$$

$$w = \rho u_{b_2} A_2$$

$$w = 1000u_{b_2} \frac{\pi(0,15)^2}{4}$$

$$w = 17,6714u_{b_2}$$

logo

$$-17,6714u_{b_2} u_{x_2} = -1470$$

Vale lembrar que u_{b_2} e u_{x_2} são iguais. Portanto

$$u_{x_2} = 9,1205 \text{ m/s}$$

$$\text{BGM (1) e (2): } \Delta w + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

$$w_2 - w_1 + \frac{dM}{d\theta} = 0$$

$$w_2 - w_1 = 0$$

$$\rho u_{b_2} A_2 - \rho u_{b_1} A_1 = 0$$

$$u_{b_2} A_2 - u_{b_1} A_1 = 0$$

$$u_{b_1} = u_{b_2} \frac{A_2}{A_1}$$

$$u_{b_1} = u_{b_2} \frac{\frac{\pi D_2^2}{4}}{\frac{\pi D_1^2}{4}}$$

$$u_{b_1} = u_{b_2} \frac{D_2^2}{D_1^2}$$

$$u_{b_1} = 9,1205 \left(\frac{0,15^2}{0,3^2} \right) = 2,2801 \text{ m/s}$$

Substituindo os valores no BGEM

$$p_1 = 2(9,81 \times 10^4) = 1,962 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{9,1205^2 - 2,2801^2}{2} + \frac{0 - 1,962 \times 10^5}{1.000} + W_S = 0$$

$$W_S = 157,2077 \text{ m}^2/\text{s}^2 > 0 \therefore \text{turbina}$$

Potência

$$\dot{W}_S = wW_S$$

$$w = 17,6714u_{b_2}$$

$$w = 17,6714(9,1205) = 161,1720 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_S = 161,1720(157,2077) = 25337 \text{ W} = 33,98 \text{ hp}$$

UNIDADE 6

Camada limite

6.1 Introdução

Em 1904, Prandtl deu uma importante contribuição ao estudo da mecânica dos fluidos. Ele sugeriu que o movimento do fluido em torno de objetos poderia ser dividido em duas regiões: uma delgada, próxima do objeto onde os efeitos do atrito são importantes (o fluido sente a presença da superfície do sólido), e uma externa, onde o atrito pode ser desprezado.

Na região em que o fluido é suposto perfeito, com velocidade constante, o efeito da viscosidade é desprezível. Essa região afastada do corpo é chamada de escoamento potencial.

À região em que o atrito tem importância dá-se o nome de camada limite. Todas as perdas por atrito entre o fluido e o corpo ocorrem dentro dessa camada, fora dela o escoamento pode ser considerado sem atrito. O interesse no escoamento com atrito é determinar a força do fluido sobre uma superfície sólida.

Não existe uma linha divisória precisa entre a região de escoamento potencial e a camada limite.

6.2 Camada limite

Consideremos uma placa plana lisa, disposta paralelamente à direção geral da corrente fluida (Figura 6.1). Para simplificar, a figura representa apenas o escoamento junto à face superior da placa; o escoamento na face inferior é simétrico àquele.



Figura 6.1 Escoamento de um fluido com velocidade de aproximação uniforme u_0 paralelamente a uma placa plana.

Um exame cuidadoso mostra que, nas proximidades da placa, a velocidade do fluido decresce intensamente, até anular-se junto à placa, conforme se observa no perfil de velocidade na Figura 6.2. São apreciáveis os gradientes de velocidade, pois há a variação do valor (em um ponto distante da placa) até o valor zero (condição de aderência do fluido à placa). À medida que o fluido se aproxima da placa, há um efeito acentuado na diminuição da velocidade do fluido, devido à viscosidade deste. O raciocínio é o mesmo no caso de o corpo mover-se em um fluido estacionário.

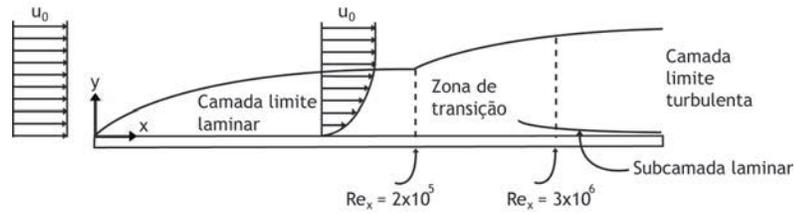


Figura 6.2 Formação das camadas limites laminar e turbulenta.

Em um pequeno trecho, a partir do bordo de ataque, a variação de velocidade é considerável em vista da viscosidade. À medida que o escoamento progride, a viscosidade influencia um maior número de partículas do fluido e a camada limite aumenta de espessura. Nessa região, temos a camada limite laminar. O ponto da placa é chamado de ponto crítico, porque, a partir dele, o escoamento se torna instável com um brusco aumento de espessura. Essa região é a zona de transição, onde o escoamento é laminar junto à superfície da placa e se torna turbulento ao afastar-se dela. Junto à placa há uma camada extremamente delgada chamada de subcamada laminar, onde o escoamento permanece laminar. Entre a subcamada laminar e a camada limite, o escoamento é turbulento, essa região é a camada limite turbulenta.

A sequência laminar-transição-turbulento ocorre em todos os escoamentos se a superfície for suficientemente longa, independentemente de ser a corrente livre laminar ou turbulenta, mas com o aumento do grau de turbulência na corrente livre a transição ocorre mais cedo.

Para o escoamento sobre uma placa plana, define-se o número de Reynolds local do escoamento ao longo da superfície da placa como:

$$Re_x = \frac{\rho U_0 x}{\mu}$$

Lembrando que $v = \frac{\mu}{\rho}$, temos: $Re_x = \frac{U_0 x}{v}$

A transição de escoamento laminar para turbulento, em uma placa lisa, ocorre na faixa de número de Reynolds entre 2×10^5 e 3×10^6 . O número crítico de Reynolds Re_c para a transição numa placa plana é geralmente tomado como 5×10^5 . Esse valor, na prática, é fortemente dependente das condições de rugosidade superficial e do “nível de turbulência” da corrente livre.

Como $\frac{u_x}{u_0}$ se aproxima de 1,0 apenas quando $y \rightarrow \infty$, é costume escolher a espessura da camada limite δ como sendo o ponto em que $u_x = 0,99u_0$.

6.2.1 Perfil de velocidade na camada limite laminar

Para o escoamento laminar sobre uma placa plana, as equações de camada limite podem ser resolvidas exatamente. A solução foi obtida em 1908 por Blasius, quando mostrou que o perfil de velocidade adimensional $\frac{u_x}{u_0}$ é função apenas de uma única variável adimensional composta $\eta = y \sqrt{\frac{u_0}{\nu x}}$. Após muita álgebra, as equações de camada limite podem ser reduzidas a uma única equação diferencial não linear de terceira ordem para:

$$f(\eta) \frac{d^2 f(\eta)}{d\eta^2} + 2 \frac{d^3 f(\eta)}{d\eta^3} = 0 \quad (6.1)$$

com as seguintes condições de contorno:

$$y = 0 \quad u_x = u_y = 0 \Rightarrow \eta = 0 \quad f = f' = 0$$

$$y = \infty \quad u_x = u_0 \Rightarrow \eta = \infty \quad f' = 1$$

$f(\eta)$ é chamada de função corrente adimensional e relaciona-se com as velocidades u_x e u_y dentro da camada limite por:

$$f' = \frac{u_x}{u_0}$$

$$u_y = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu u_0}{x}} (\eta f' - f)$$

A solução da equação 6.1 é dada por:

$$f = 0,16603\eta^2 - 4,5943 \times 10^{-4} \eta^5 + 2,4972 \times 10^{-6} \eta^8 - 1,4277 \times 10^{-8} \eta^{11} + \dots \quad (6.2)$$

A solução gráfica para obtenção de u_x é dada na Figura 6.3.

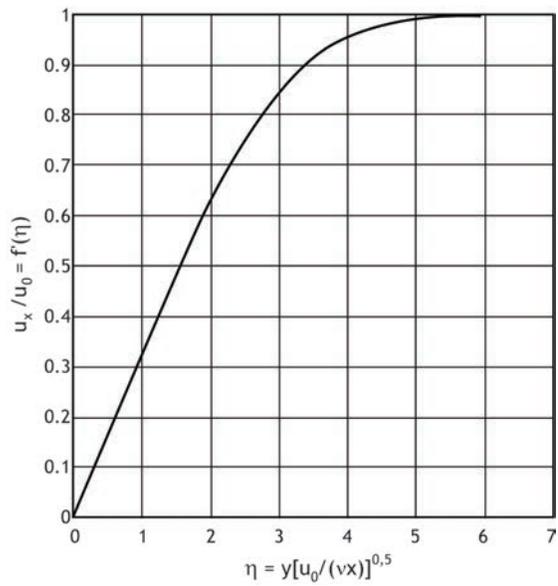


Figura 6.3 Velocidade u_x/u_0 em função de η .

Dado $(x, y) \Rightarrow \eta \Rightarrow u_x$ ^{gráfico}

Para $y = \delta$ $u_x = 0,9 u_0$

Pelo gráfico $u_x = 0,9 u_0 \Rightarrow f' = 1 \therefore \eta = 5$

Como $\eta = y \sqrt{\frac{u_0}{\nu x}}$

Temos: $\delta = 5 \sqrt{\frac{\nu x}{u_0}} = \frac{5}{\sqrt{Re}}$ espessura da camada limite

Solução gráfica para obtenção de u_y :

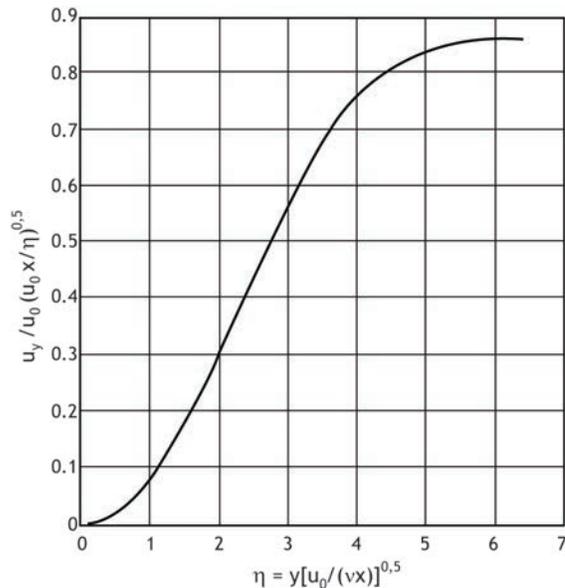


Figura 6.4 Velocidade u_y/u_0 em função de η .

Dado $(x, y) \Rightarrow \eta \xRightarrow{\text{gráfico}} u_y$

$$f = 0,16603\eta^2 - 4,5943 \times 10^{-4}\eta^5 + 2,4972 \times 10^{-6}\eta^8 - 1,4277 \times 10^{-8}\eta^{11} + \dots$$

$$u_x = u_0 f'$$

$$u_x = u_0 0,33206\eta - \dots$$

$$u_x \cong u_0 0,332y \sqrt{\frac{u_0}{\nu x}}$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} \cong u_0 0,332 \sqrt{\frac{u_0}{\nu x}}$$

$$\left. \frac{\partial u_x}{\partial y} \right|_{y=0} \cong 0,332 u_0 \sqrt{\frac{u_0}{\nu x}} \quad (6.3)$$

6.3 Coeficiente de resistência

Sempre que um objeto for colocado em um fluido móvel, experimentará uma força na direção do movimento do fluido em relação ao objeto (força de resistência F_D) e uma força normal à direção relativa do escoamento (sustentação F_L). Definem-se o coeficiente de resistência C_D e o de sustentação C_L . Em geral, esses coeficientes são determinados experimentalmente e dependem do número de Reynolds.

$$F_D = C_D \frac{\rho u^2}{2} A \quad F_D = \underbrace{C_D}_{\text{coeficiente de resistência}} \frac{\rho u^2}{2} A$$

$$F_L = C_L \frac{\rho u^2}{2} A \quad F_L = \underbrace{C_L}_{\text{coeficiente de sustentação}} \frac{\rho u^2}{2} A$$

A = área característica

6.3.1 Resistência em escoamento sobre uma placa plana

Em qualquer ponto a uma distância x do bordo de ataque

$$\tau_s = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} \right)_{y=0} \quad \tau_s = \text{tensão de cisalhamento em } y = 0$$

Substituindo a equação 6.3, então:

$$\tau_s = \mu 0,332 u_0 \sqrt{\frac{u_0}{\nu x}}$$

A resistência total para uma placa de largura b e comprimento L

$$dF_d = \tau_s dA$$

$$dF_d = \tau_s dx dz$$

$$F_d = b \int_0^b \int_0^L \tau_s dx dz$$

$$F_d = b \int_0^L \tau_s dx$$

$$F_d = 0,332 \mu b u_0 \sqrt{\frac{u_0}{\nu}} \int_0^L \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$F_d = 0,664 b u_0 \sqrt{\mu \rho L u_0}$$

$$F_d = 0,664 b \sqrt{\mu \rho L u_0^3}$$

(6.4)

O coeficiente de resistência relacionado à resistência total sobre a placa de comprimento L , para escoamento sobre um lado, é dado por:

$$C_D = \frac{F_d}{\frac{1}{2} u_0^2 \rho A} \quad A = bL$$

Substituindo a equação 6.4, tem-se:

$$C_D = \frac{2F_d}{u_0^2 \rho A} = \frac{2(0,664) b \sqrt{\mu \rho L u_0^3}}{u_0^2 \rho b L} = 1,328 \sqrt{\frac{\nu}{L u_0}}$$

$$C_D = \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}} \quad Re_L < 5 \times 10^5$$

Exemplo 6.1

Ar a 20°C e com pressão de 1 atm escoam paralelamente a uma placa plana com velocidade de 3,5 m/s. Calcule a espessura da camada limite para $x = 1 \text{ m}$ e o coeficiente de atrito superficial médio.

$$\nu = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \quad (\text{viscosidade cinemática})$$

$$Re_x = \frac{u_0 x}{\nu} = \frac{3,5(1)}{1,5 \times 10^{-5}} = 233300$$

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} = \frac{5(1)}{\sqrt{233300}} \quad \delta = 1,035 \text{ cm}$$

$$C_D = \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}} = \frac{1,328}{\sqrt{233300}} = 2,749 \times 10^{-3}$$

Exemplo 6.2

Um fluido de $\rho = 0,79 \text{ g/cm}^3$ e $\mu = 1,2 \text{ cp}$ está escoando sobre uma placa plana com velocidade $u_0 = 3 \text{ cm/s}$. Calcule:

- o Re_x no ponto P(20,1) em cm;
- as velocidades u_x e u_y nesse ponto;
- a espessura da camada limite no plano que contém o ponto.

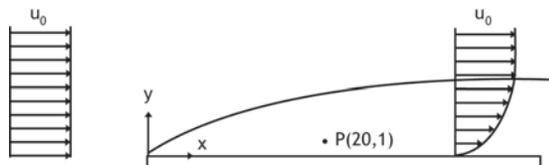


Figura 6.5 Localização do ponto P dentro da camada limite laminar.

Dados:

$$\rho = 0,79 \text{ g/cm}^3$$

$$\mu = 1,2 \text{ cp} = 1,2 \times 10^{-2} \text{ poise (g/cm s)}$$

$$u_0 = 3 \text{ cm/s}$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 1,52 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\text{a) } Re_x = \frac{u_0 x}{\nu} = \frac{3(20)}{1,52 \times 10^{-2}} = 3,95 \times 10^3$$

$Re_x < 5 \times 10^5 \therefore$ camada limite laminar

$$\text{b) } \eta = y \sqrt{\frac{u_0}{\nu x}} = 1 \times \sqrt{\frac{3}{1,52 \times 10^{-2} (20)}} = 3,14$$

Pela Figura 6.3, temos: $\overset{\text{gráfico } \eta \times \frac{u_x}{u_0}}{\Rightarrow} \frac{u_x}{u_0} = 0,85 \therefore u_x = 2,55 \text{ cm/s}$

Pela Figura 6.4, temos: $\overset{\text{gráfico } \eta \times \frac{u_y}{u_0} \sqrt{\frac{u_0 x}{\nu}}}{\Rightarrow} \frac{u_y}{u_0} \sqrt{\frac{u_0 x}{\nu}} = 0,6 \therefore u_y = 2,9 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$

$$\text{c) } y = \delta \quad u_x = u_0 \Rightarrow f' = 1$$

$$f' = 1 \overset{\text{gráfico}}{\Rightarrow} \eta = 5$$

$$\eta = y \sqrt{\frac{u_0}{\nu x}} \Rightarrow 5 = \delta \sqrt{\frac{3}{1,52 \times 10^{-2} (20)}}$$

$$\delta = 1,59 \text{ cm}$$

6.4 Exercício resolvido

Ar a 20°C e velocidade de 1 m/s escoa sobre uma placa. Calcule a espessura da camada limite em um ponto distante 0,3 m do bordo de ataque e o coeficiente de atrito superficial médio.

$$\nu = 1,005 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Re_x = \frac{u_0 x}{\nu} = \frac{1(0,3)}{1,005 \times 10^{-6}} = 298507$$

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} = \frac{5(0,3)}{\sqrt{298507}} \quad \delta = 2,745 \text{ cm}$$

$$C_D = \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}} = \frac{1,328}{\sqrt{298507}} = 24,304 \times 10^{-3}$$

UNIDADE 7

Escoamento turbulento

7.1 Primeiras palavras

A maior parte dos problemas práticos de escoamento de fluidos relaciona-se muito mais ao escoamento turbulento do que ao laminar. Existem vários problemas de escoamento laminar que podem ser resolvidos exatamente. Entretanto, para o escoamento turbulento não existe uma única solução exata. Apesar da dificuldade em se conseguir uma solução teórica completa de um escoamento turbulento, têm sido obtidas várias relações quantitativas úteis pela combinação de raciocínio teórico e do empirismo. Algumas relações mais importantes serão apresentadas nesta unidade.

7.2 Problematizando o tema

Para o escoamento laminar:

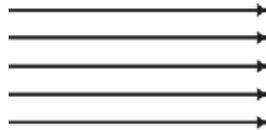


Figura 7.1 Movimento do fluido num escoamento laminar.

- Camadas deslizam umas sobre as outras sem mistura macroscópica.
- Velocidade não varia com o tempo num ponto em estado estacionário.
- Em canos: $Re < 2100$.

Para o escoamento turbulento:

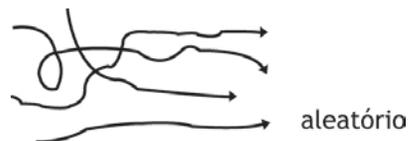


Figura 7.2 Movimento do fluido num escoamento turbulento.

- Aparecem turbilhões provocando mistura macroscópica.
- Velocidade num ponto oscila ao redor de uma velocidade média.
- Não existe solução completa analítica, o que existe são métodos semiempíricos.
- Em canos: $Re > 2100$.

7.3 Escoamento turbulento

A velocidade em um ponto varia caoticamente com o tempo em direção e grandeza.

7.3.1 Velocidade média no tempo

Define-se velocidade média no tempo:

$$\bar{u}_x = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta u_x d\theta$$

u_x = velocidade instantânea varia com tempo

\bar{u}_x = velocidade média no tempo

e θ é um período de cálculo da média. O valor médio da velocidade u_x está ilustrado na Figura 7.3.

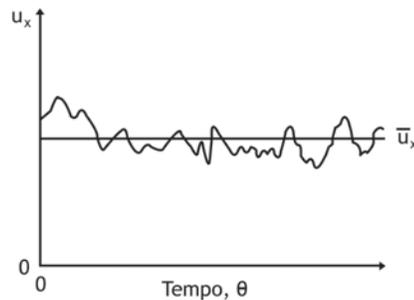


Figura 7.3 Comportamento da velocidade u_x em relação à velocidade média \bar{u}_x .

Idem para \bar{u}_y , \bar{u}_z e \bar{p} (pressão).

As quantidades instantâneas podem ser representadas por:

$$u_x = \bar{u}_x \pm u'_x$$

$$u_y = \bar{u}_y \pm u'_y$$

$$u_z = \bar{u}_z \pm u'_z$$

$$p = \bar{p} \pm p'$$

u'_x, u'_y e u'_z componentes da velocidade flutuante

p' pressão flutuante

Por causa dessas flutuações, não se conhece nenhuma solução exata para o escoamento turbulento. Felizmente, em um escoamento turbulento, nosso interesse são os valores médios de velocidade, pressão, tensão cisalhante, etc. A seguir, será apresentada a distribuição da velocidade de um fluido em escoamento turbulento em um tubo circular a partir de dados experimentais que poderá ser utilizada para parâmetros de velocidade ao longo do raio.

7.4 Distribuição de velocidade em um tubo circular liso

A Figura 7.4 mostra uma grande quantidade de dados experimentais de distribuição de velocidade para uma faixa de número de Reynolds de 4000 a $3,2 \times 10^6$. Pode-se observar que há três regiões no escoamento turbulento:

1. *Subcamada laminar*: camada fina e laminar, próxima da parede, na qual a influência da turbulência é desprezível; a tensão viscosa domina.
2. *Região turbulenta*: região central onde a tensão turbulenta domina.
3. *Região de transição*: zona intermediária onde ambas as tensões são importantes.

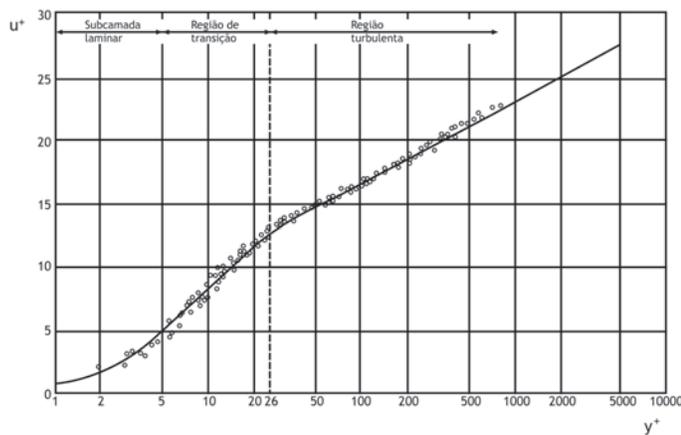


Figura 7.4 Gráfico de u^+ em função de y^+ .

Sendo τ_s a tensão de cisalhamento na parede, define-se:

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}} \quad u^* = \text{velocidade de atrito}$$

$$u^+ = \frac{u}{u^*} \quad \text{velocidade adimensional}$$

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu} \quad \text{distância adimensional (y medido a partir da parede)}$$

O perfil universal de velocidade desenvolvido a partir das distribuições de velocidade experimentais é representado por:

$$u^+ = y^+ \quad 0 < y^+ < 5 \text{ subcamada laminar}$$

$$u^+ = 5 \ln y^+ - 3,05 \quad 5 < y^+ < 30 \text{ camada de transição}$$

$$u^+ = 2,5 \ln y^+ + 5,5 \quad 30 < y^+ \text{ camada turbulenta}$$

O perfil turbulento de velocidade é bastante achatado no centro e cai bruscamente para zero na parede, conforme mostra a Figura 7.5.

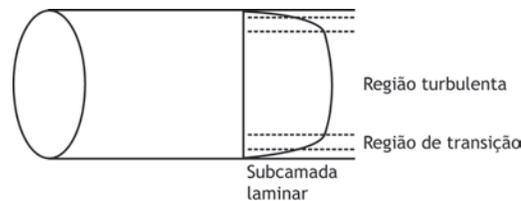


Figura 7.5 Perfil turbulento de velocidade.

Exemplo 7.1

Trace o perfil de velocidade em regime turbulento dentro de um tubo de raio 1,5 cm sabendo-se que a espessura máxima da subcamada laminar é de 10^{-2} cm.

Dados:

$$\mu = 1,14 \times 10^{-2} \text{ poise (g cm/s)}$$

$$\rho = 1 \text{ g/cm}^3$$

Solução:

$$v = \frac{\mu}{\rho}$$

$$v = \frac{1,14 \times 10^{-2}}{1} = 1,14 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$$

Para $y = 10^{-2}$ cm (espessura da subcamada laminar) $\Rightarrow y^+ = 5$

$$y^+ = \frac{yu^*}{v} \Rightarrow u^*$$

$$5 = \frac{0,01u^*}{1,14 \times 10^{-2}} \Rightarrow u^* = 5,6 \text{ cm/s}$$

Para cada $y \Rightarrow$ calcular y^+ usando $y^+ = \frac{yu^*}{\nu}$

$y^+ \Rightarrow$ gráfico u^+

$$u^+ \Rightarrow u \text{ usando } u^+ = \frac{u}{u^*}$$

$$y^+ = 5 \Rightarrow u^+ = 5$$

$$5 = \frac{u}{5,6} \Rightarrow u = 28,0 \text{ cm/s}$$

Tabela 7.1 Valores da velocidade u em função da posição y .

$y, \text{cm/s}$	$y^+ = \frac{yu^*}{\nu}$	$u^+ = \frac{u}{u^*}$	$u = u^+u^*, \text{cm/s}$
0,01	5,0	5,0	28,0
0,1			
0,2			
0,3			
0,4			
0,5			
0,6			
0,7			
0,8			
0,9			
1,0			
1,1			
1,2			
1,3			
1,4			
1,5			

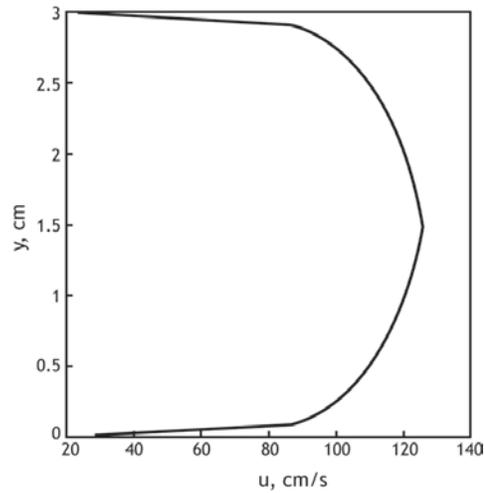


Figura 7.6 Perfil de velocidade.

7.5 Observações

Estas equações se aplicam para escoamentos laminar e turbulento desde que a pressão e a velocidade média no tempo sejam utilizadas.

$$\pi r^2 \Delta p = -2\pi r L \tau$$

$$\tau_s = -\frac{\Delta p D}{4L}$$

7.6 Exercícios resolvidos

Exercício 1

Um fluido de $\rho = 1,27 \text{ g/cm}^3$ e $\mu = 5 \text{ cp}$ está escoando em um tubo de raio 2,5 cm, em regime turbulento, conforme a Figura 7.7. Sendo $p_1 = 900 \text{ d/cm}^2$; $p_2 = 400 \text{ d/cm}^2$ e $L = 10 \text{ cm}$

- Qual a espessura da subcamada laminar?
- Qual a velocidade do fluido a 0,5 cm da parede?

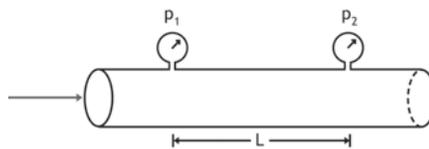


Figura 7.7 Variação da pressão do fluido no escoamento numa tubulação.

Solução:

$$\rho = 1,27 \text{ g/cm}^3$$

$$\mu = 5 \text{ cp} = 5 \times 10^{-2} \text{ poise (g/cm s)}$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 3,937 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$$

a) Espessura da subcamada laminar

$$y^+ = 5$$

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu} \Rightarrow y = \frac{y^+ \nu}{u^*}$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}}$$

$$\tau_s = -\frac{\Delta p D}{4L}$$

$$\tau_s = -\frac{(\rho_2 - \rho_1) D}{4L}$$

$$\tau_s = -\frac{(400 - 500)(5)}{4(10)} = 62,5$$

$$u^* = \sqrt{\frac{62,5}{1,27}} = 7,015 \text{ cm/s}$$

$$y = \frac{5(3,937 \times 10^{-2})}{7,015} = 2,806 \times 10^{-2}$$

b) Velocidade do fluido a 0,5 cm da parede

$$y = 5 \Rightarrow y^+ = \frac{yu^*}{\nu}$$

$$y^+ = \frac{5(7,015)}{3,937 \times 10^{-2}} = 89,09 > 30 \therefore \text{turbulento}$$

$$u^+ = 2,5 \ln y^+ + 5,5$$

$$u^+ = 2,5 \ln 89,09 + 5,5 = 16,72 \quad \therefore u = 117,2 \text{ cm/s}$$

7.7 Exercício

Complete a Tabela 7.1, apresentada no Exemplo 7.1, e verifique os seus resultados utilizando o perfil de velocidade da Figura 7.6.

UNIDADE 8

Equações de projeto para escoamento de fluidos incompressíveis

8.1 Primeiras palavras

Nas unidades anteriores foi feita uma introdução aos princípios da mecânica dos fluidos, que será útil como base para a solução de muitos problemas. Os balanços globais permitem solucionar uma variedade de problemas de entrada e saída. Esta unidade é inteiramente dedicada a um importante problema prático da engenharia de fluidos: o escoamento em tubos a várias velocidades e de vários fluidos.

Sistemas de tubulações são encontrados em quase todos os projetos de engenharia e, por isso, foram e têm sido estudados extensivamente. O problema básico das tubulações é o seguinte: dada a geometria dos tubos e de seus componentes adicionais (tais como válvulas, curvas, etc.), mais a vazão desejada para o escoamento e as propriedades do fluido, qual é a queda de pressão necessária para se manter o escoamento? O problema, é claro, pode ser formulado de outra maneira: dada a queda de pressão mantida, digamos, por uma bomba, que vazão irá ocorrer? As correlações discutidas nesta unidade são adequadas para resolver a maioria desses problemas de tubulação.

8.2 Problematizando o tema

Nesta unidade apresentaremos a aplicação dos princípios da mecânica dos fluidos ao escoamento de fluidos incompressíveis em tubos. As soluções de muitos problemas são baseadas no balanço global de energia mecânica. Um dos principais objetivos desta unidade é apresentar, de forma concisa, os métodos de cálculo da perda por atrito, I_{wf} , que está relacionado com o fator de atrito, para várias situações práticas.

8.3 Fator de atrito em tubos circulares

As perdas de pressão ocorrerão nos escoamentos internos como resultado do atrito. Essas perdas podem ocorrer em dutos ou tubos retos (perdas distribuídas) ou em expansões repentinas, válvulas, curvas, etc. (perdas singulares).

O coeficiente de resistência C_D é substituído pelo símbolo f para escoamento em canos:

$$F_d = f \frac{\rho u_b^2 A}{2}$$

em que A é a área da parede interna do cano, $A = \pi DL$. Reescrevendo a equação:

$$f = \frac{2F_d}{\rho u_b^2 A}$$

Esse coeficiente é usualmente chamado de fator de atrito de Fanning. Na literatura, encontramos outro fator de atrito dado por:

$$f^* = 4f$$

conhecido como fator de atrito de Darci.

8.4 escoamento laminar

O perfil de velocidade do escoamento laminar em um tubo (Figura 8.1) é:

$$u = u_{m\acute{a}x} \left(1 - \frac{r^2}{r_i^2} \right)$$

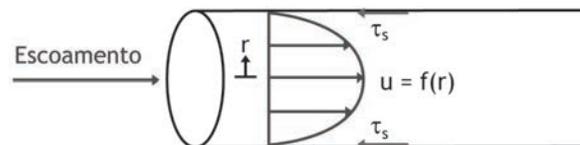


Figura 8.1 Perfil de velocidade parabólico.

A tensão de cisalhamento é dada por:

$$\tau = -\mu \left(\frac{du}{dr} \right)$$

Agora,

$$\left(\frac{du}{dr} \right) = -\frac{2u_{m\acute{a}x}r}{r_i^2}$$

então:

$$\tau = -\mu \left(-\frac{2u_{m\acute{a}x}r}{r_i^2} \right) \tag{8.1}$$

Como $u_{m\acute{a}x} = 2u_b$, substituindo na equação 8.1:

$$\tau = \frac{4\mu u_b r}{r_i^2}$$

Fazendo $\tau = \tau_s$ em $r = r_i$,

$$\tau_s = \frac{4\mu u_b}{r_i} \quad (8.2)$$

Se introduzirmos o fator de atrito f definido por:

$$f = \frac{2F_d}{\rho u_b^2 A}$$

em que a força de atrito na parede é dada por:

$$F_d = \tau_s A$$

Assim,

$$f = \frac{2\tau_s}{\rho u_b^2} \quad (8.3)$$

Combinando as equações 8.2 e 8.3, encontramos

$$f = \frac{8\mu u_b}{\rho u_b^2 r_i} = \frac{8\mu}{\rho u_b r_i} = \frac{8\mu}{\rho u_b \frac{D}{2}} = \frac{16\mu}{\rho u_b D}$$

$$f = \frac{16}{Re} \quad (8.4)$$

O f dado pela equação 8.4 é o fator de atrito de Fanning. Usando a relação entre os fatores de atrito de Fanning e de Darcy, então:

$$f^* = \frac{64}{Re}$$

8.5 Escoamento turbulento

No escoamento laminar, a determinação do fator de atrito f é simples ($f = 16/Re$). Ao contrário, no regime turbulento, o fator de atrito depende de inúmeras variáveis, dificultando sua determinação. Em vista disso, surgiram diversas fórmulas, umas dedutíveis e outras empíricas (baseadas em experiências de laboratório), as quais fornecem valores aproximados para o coeficiente f . Todavia, os trabalhos de laboratório referiam-se a situações específicas, conduzindo a valores distintos de f , de acordo com a rugosidade da parede, daí surgiu a classificação dos tubos em lisos e rugosos, como veremos a seguir.

Das equações do perfil universal (Figura 8.2), pode-se obter uma relação entre o fator de atrito e o número de Reynolds para o escoamento turbulento em tubos.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,06 \log(Re \sqrt{f}) - 0,60$$

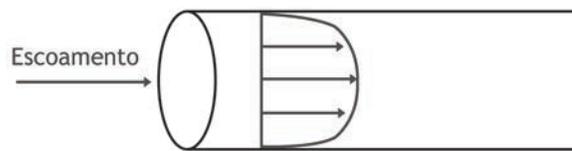


Figura 8.2 Perfil de velocidade turbulento.

Essa é a fórmula aceita para os tubos de parede lisa. A equação é incômoda para se resolver quando se conhece e deseja-se saber f . Existem várias aproximações alternativas na literatura para o cálculo explícito de f dado Re . Uma delas é a equação empírica de Blasius:

$$f = 0,079 Re^{-1/4} \quad 4000 < Re < 10^5$$

Outra equação empírica muito usada na engenharia química é:

$$f = 0,046 Re^{-1/5}$$

A Figura 8.3 mostra os fatores de atrito para escoamento em canos lisos.

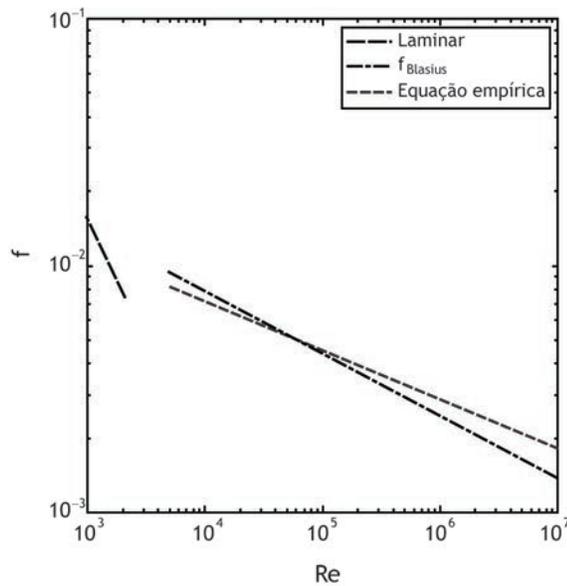


Figura 8.3 Fatores de atrito para escoamento em canos lisos.

8.6 Rugosidade relativa

A superfície da parede interna de um conduto apresenta irregularidades que provocam a sua rugosidade. Sabe-se que a rugosidade superficial afeta a resistência ao atrito. O cisalhamento laminar é significativo apenas perto da parede na subcamada laminar. Se a espessura da subcamada laminar é suficientemente grande, ela sobrepõe os elementos de rugosidade da parede de tal forma que eles têm efeito desprezível sobre o escoamento; é como se a parede fosse lisa. Tal condição é muitas vezes citada como hidraulicamente lisa. Se a subcamada laminar é relativamente fina, os elementos de rugosidade projetam-se para além dessa camada e a parede é rugosa. O efeito é desprezível para o escoamento laminar em tubos, e as fórmulas de escoamento laminar desenvolvidas também são válidas para paredes rugosas. Mas o escoamento turbulento é bastante afetado pela rugosidade. Observe a Figura 8.4, sendo η a altura média dessas irregularidades.



Figura 8.4 Rugosidade da parede do conduto.

e = altura das protuberâncias

D = diâmetro interno do tubo

A razão entre a altura média e o diâmetro D do tubo é definida como rugosidade relativa e/D . A rugosidade relativa e/D e o número de Reynolds podem ser usados para determinar se um tubo é liso ou rugoso.

No caso de escoamento turbulento, o efeito da rugosidade é desprezível se e for menor que a subcamada laminar, isto é, a subcamada laminar cobre a rugosidade (cano hidráulicamente liso), caso contrário, o cano é considerado completamente rugoso.

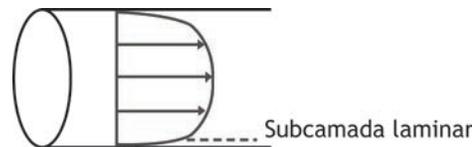


Figura 8.5 Subcamada laminar.

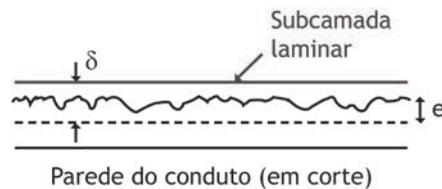


Figura 8.6 Cano hidráulicamente liso.

Como a superfície interna dos canos comerciais nem sempre é hidráulicamente lisa, o ábaco do fator de atrito da Figura 8.7 contém curvas para diversos valores da rugosidade relativa. A Figura 8.7 foi correlacionada por Moody e é baseada nas seguintes equações empíricas para $Re > 4000$:

$$\text{Escoamento em tubo liso } \frac{1}{\sqrt{f^*}} = 2,0 \log \left(Re \sqrt{f^*} \right) - 0,8 \quad (8.5)$$

$$\text{Zona de transição } \frac{1}{\sqrt{f^*}} = -2,0 \log \left(\frac{e}{3,7D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f^*}} \right) \quad (8.6)$$

$$\text{Zona completamente turbulenta } \frac{1}{\sqrt{f^*}} = -2,0 \log \left(\frac{e}{3,7D} \right) \quad (8.7)$$

A equação 8.5 é a equação de Colebrook (equação 8.6) com $e = 0$ e a equação 8.7 é a equação de Colebrook com $Re = \infty$.

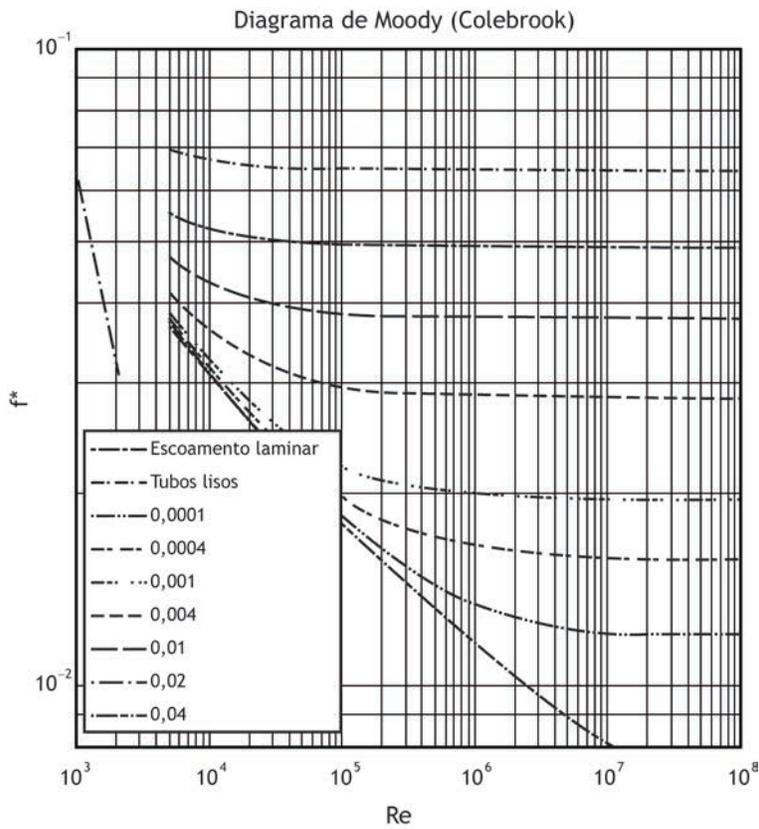


Figura 8.7 Diagrama de Moody (Colebrook).

A equação 8.6 é incômoda para se avaliar f^* quando Re é conhecido. Uma fórmula explícita alternativa, dada por Haaland (1983) como

$$\frac{1}{\sqrt{f^*}} = -1,8 \log \left[\frac{6,9}{Re} + \left(\frac{e}{3,7D} \right)^{1,11} \right]$$

varia menos que 2% em relação à equação 8.6.

8.6.1 Rugosidade relativa para tubos comerciais

A Tabela 8.1 permite a determinação da rugosidade relativa de vários tipos de canos.

Tabela 8.1 Valores recomendados de rugosidade para dutos comerciais.

Material	e, ft
Aço moldado	0,003-0,03
Concreto	0,001-0,01
Ferro fundido	0,00085
Ferro galvanizado	0,0005
Ferro fundido recoberto com asfalto	0,0004
Aço comercial ou extrudado	0,00015
Tubo extrudado	0,000005

8.7 Algumas equações para cálculo de escoamento de fluidos incompressíveis

As soluções de muitos problemas são baseadas no balanço global de energia mecânica (BGEM). Essa equação para escoamento em regime permanente de um fluido incompressível é:

$$\text{Bomba} \quad \frac{\Delta u_b^2}{2} + \frac{\Delta p}{\rho} + g\Delta z + I_{wf} + \eta_p W_s = 0$$

$$\text{Turbina} \quad \frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta p}{\rho} + I_{wf} + \frac{W_s}{\eta_t} = 0$$

Agora, vamos apresentar de forma concisa os métodos de cálculo de I_{wf} para várias situações práticas.

8.7.1 Formas de cálculo de I_{wf} para canos

Considere o escoamento de um fluido incompressível em um cano horizontal de diâmetro uniforme, sem bomba ou turbina no trecho considerado, como mostra a Figura 8.8.

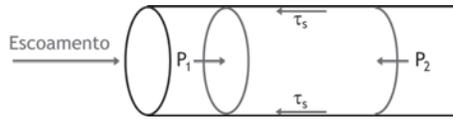


Figura 8.8 Forças que atuam sobre o elemento de volume do escoamento de um fluido em um cano.

$$F_d = f \frac{\rho u_b^2 A}{2}$$

$$f = \frac{2F_d}{\rho u_b^2 A} = \frac{2}{\rho u_b^2} \frac{F_d}{A}$$

$$f = \frac{2\tau_s}{\rho u_b^2} \quad (8.8)$$

Balanço de forças sem aceleração $\sum F = 0$:

força de pressão + força de atrito = 0

$$P_1 A_T - P_2 A_T - \tau_s \underbrace{\pi DL}_A = 0$$

$$\tau_s = -\frac{A_T (P_2 - P_1)}{\pi DL} = -\frac{A_T \Delta P}{\pi DL} = -\frac{\pi D^2 \Delta P}{4\pi DL}$$

$$\tau_s = -\frac{D \Delta P}{4L}$$

Substituindo na equação 8.8:

$$f = -\frac{2D \Delta P}{4L \rho u_b^2} = -\frac{D \Delta P}{2L \rho u_b^2}$$

$$-\frac{\Delta P}{\rho} = \frac{2f L u_b^2}{D} \quad (8.9)$$

Para canos horizontais sem bomba ou turbina e $\rho = cte$.

$$\underbrace{\frac{\Delta u_b^2}{2}}_{=0} + \underbrace{g \Delta z}_{=0} + \frac{\Delta p}{\rho} + I_{wf} = 0$$

$$I_{wf} = -\frac{\Delta p}{\rho} \quad (8.10)$$

Substituindo a equação 8.9 na equação 8.10:

$$I_{wf} = \frac{2fLu_b^2}{D} \quad (8.11)$$

Essa equação relaciona a perda ao comprimento do cano, L , e ao número de Reynolds, Re .

A equação 8.11 é válida também para canos não horizontais com bomba ou turbina.

Exemplo 8.1

Água é transportada por 1500 ft em um tubo de ferro forjado, horizontal, com diâmetro de $1\frac{1}{2}$ in a uma vazão de $0,1 \text{ ft}^3/\text{s}$. Calcule a queda de pressão sobre o comprimento de 1500 ft de tubo usando a) o diagrama de Moody e b) a fórmula de Haaland.

Solução:

Dados:

$$L = 1500 \text{ ft}$$

$$D = 1,5 \text{ in}$$

$$w_v = 0,1 \text{ ft}^3/\text{s}$$

$$\nu = 10^{-5} \text{ ft}^2/\text{s}$$

$$\text{A velocidade média é: } u_b = \frac{w_v}{A} = \frac{w_v}{\frac{\pi D^2}{4}}$$

$$u_b = \frac{0,1}{\frac{\pi 1,5^2}{4(144)}} = 8,15 \text{ ft/s}$$

O número de Reynolds é:

$$Re = \frac{u_b D}{\nu}$$

$$Re = \frac{8,15 \left(\frac{1,5}{12} \right)}{10^{-5}} = 1,02 \times 10^5$$

Obtendo η a partir da Tabela 8.1, (aço comercial),

$$e/D = 0,00015(12)/1,5 = 0,0012.$$

O fator de atrito é lido do diagrama de Moody, sendo

$$f^* = 0,023 \therefore f = 0,00575$$

A perda por atrito é:

$$l_{wf} = \frac{2fLu_b^2}{D}$$

$$l_{wf} = \frac{2(0,00575)(1500)(8,15)^2}{\frac{1,5}{12}} = 9166 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

O balanço global de energia mecânica para canos horizontais é:

$$l_{wf} = -\frac{\Delta p}{\rho}$$

$$9166 = -\frac{\Delta p}{62,4}$$

$$\Delta p = 572000 \text{ lb/ft s}^2$$

Usando o fator de conversão $1 \text{ lbf} = 32,174 \text{ lb ft/s}^2$, a queda de pressão fica:

$$\Delta p = \frac{572000}{32,174(144)} = 123,5 \text{ lbf/in}^2$$

Aplicando a fórmula de Haaland para esse problema:

$$\frac{1}{\sqrt{f^*}} = -1,8 \log \left[\frac{6,9}{1,02 \times 10^5} + \left(\frac{0,0012}{3,7} \right)^{1,11} \right]$$

$$f^* = 0,0226$$

que, praticamente, é o mesmo valor lido do diagrama de Moody.

8.7.2 BGEM para canos não horizontais e com bomba ou turbina

Para o sistema na Figura 8.9, tem-se:

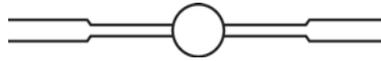


Figura 8.9 Sistema de tubulação com trechos de diâmetros diferentes.

$$\text{Bomba} \quad \frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta p}{\rho} + \eta_p W_s + \sum \frac{2fLu_b^2}{D} + \sum I_{wc} + \sum I_{we} = 0$$

$$\text{Turbina} \quad \frac{\Delta u_b^2}{2} + g\Delta z + \frac{\Delta p}{\rho} + \frac{W_s}{\eta_t} + \sum \frac{2fLu_b^2}{D} + \sum I_{wc} + \sum I_{we} = 0$$

$$\sum \frac{2fLu_b^2}{D} = \text{somatória das perdas nos canos retilíneos}$$

$$\sum I_{wc} = \text{somatória das perdas em contrações}$$

$$\sum I_{we} = \text{somatória das perdas em expansões}$$

8.8 Comprimento equivalente

Sabemos como calcular as perdas devido a um escoamento totalmente desenvolvido em um tubo. Sistemas de tubo, porém, incluem válvulas, cotovelos, expansões, contrações, entradas, saídas, curvas e outros tipos de encaixes que causam perdas adicionais, chamadas perdas singulares.

Perdas nos acidentes geralmente são pequenas, assim é comum transformar essas perdas em comprimento equivalente de cano, o qual produziria a mesma perda. A Figura 8.10 mostra um trecho, em pontilhado, que produz a mesma perda que a válvula. Esse trecho é chamado de comprimento equivalente.

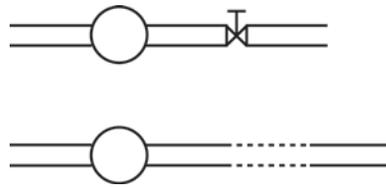


Figura 8.10 A perda através da válvula pode ser calculada como um trecho adicional de tubo que provoca a mesma perda.

O monógrafo da Figura 8.11 fornece o comprimento equivalente de cano reto que produziria o mesmo efeito que o acessório. Para usar esse monógrafo, traça-se uma reta que une dois pontos: o primeiro ponto é localizado na primeira linha vertical, que corresponde ao tipo de acessório; o segundo ponto é localizado na terceira linha vertical, que corresponde ao diâmetro interno em polegadas ou o diâmetro nominal em polegadas, no caso específico de tubos de aço normalizados Schedule 40. Por onde essa reta passa na linha vertical do meio, fornece o valor do comprimento equivalente em pés. Na ilustração da Figura 8.11, tem-se o comprimento equivalente de um cotovelo padrão instalado numa tubulação de 6 polegadas de diâmetro nominal de, aproximadamente, 16 pés. Esses comprimentos são somados aos comprimentos dos canos retos entre acessórios e as somas são usadas como valores pertinentes de L na equação. Por esse procedimento, os termos $\sum I_{we}$ e $\sum I_{wf}$ podem ser omitidos, uma vez que seus efeitos são incluídos no comprimento equivalente.

$$L = \underbrace{L_v}_{\text{válvula}} + \underbrace{L_c}_{\text{contração}} + \underbrace{L_e}_{\text{expansão}} + \underbrace{L_f}_{\text{cano}}$$

Na Figura 8.11 não existe um ponto adequado para a expansão em tanques. A perda por expansão em tanques pode ser calculada por $I_{we} = u_b^2/2$.

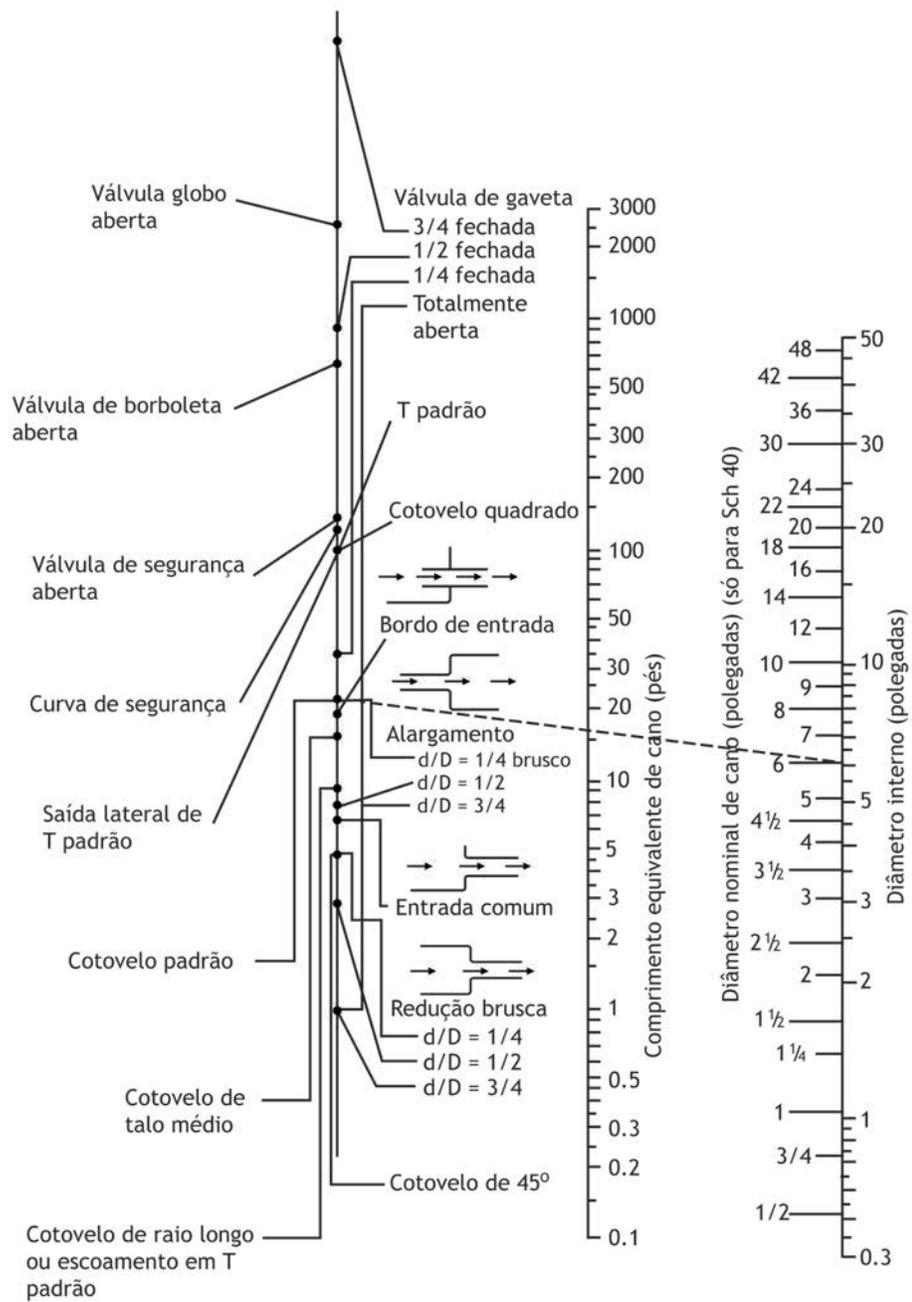


Figura 8.11 Monógrafo de comprimento equivalente.

Outro método para a determinação das perdas é expressar a perda singular em termos de um coeficiente de perda K , definido por:

$$l_{wf} = K \frac{u_b^2}{2}$$

Valores de K têm sido determinados experimentalmente para os vários acessórios e para as mudanças de geometria de interesse em tubulações, e são apresentados na Tabela 8.2.

Tabela 8.2 Coeficientes de perda localizada.

	Diâmetro nominal, pol (mm)									
	Parafusada				Flangeada					
	½ (13)	1 (25)	2 (50)	4 (100)	1 (25)	2 (50)	4 (100)	8 (200)	20 (500)	
Válvulas (totalmente abertas):										
Globo	14,0	8,2	6,9	5,7	13	8,5	6,0	5,8	5,5	
Gaveta	0,3	0,24	0,16	0,11	0,80	0,35	0,16	0,07	0,03	
Retenção basculante	5,1	2,9	2,1	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	
Em ângulo	9,0	4,7	2,0	1,0	4,5	2,4	2,0	2,0	2,0	
Cotovelos:										
45° normal	0,39	0,32	0,30	0,29						
45° raio longo					0,21	0,20	0,19	0,16	0,14	
90° normal	2,0	1,5	0,95	0,64	0,50	0,39	0,30	0,26	0,21	
90° raio longo	1,0	0,72	0,41	0,23	0,40	0,30	0,19	0,15	0,10	
180° normal	2,0	1,5	0,95	0,64	0,41	0,35	0,30	0,25	0,20	
180° raio longo					0,40	0,30	0,21	0,15	0,10	
Tês:										
Escoamento direto	0,90	0,90	0,90	0,90	0,24	0,19	0,14	0,10	0,07	
Escoamento no ramal	2,4	1,8	1,4	1,1	1,0	0,80	0,64	0,58	0,41	

8.9 Aplicações

Três categorias de problemas podem ser identificadas para um escoamento turbulento totalmente desenvolvido em um tubo de comprimento L :

Tabela 8.3 Categorias de problemas.

Categoria	Conhecidos	Desconhecido
1	w_v, D, e, ν	l_{wf}
2	D, e, ν, l_{wf}	w_v
3	w_v, e, ν, l_{wf}	D

O problema da categoria 1 é direto e não necessita de procedimento de iteração ao ser usado o diagrama de Moody. Os problemas das categorias 2 e 3 são mais similares a problemas encontrados em projetos de engenharia e requerem um processo iterativo de tentativa e erro ao se usar o diagrama de Moody.

Uma alternativa ao diagrama de Moody que evita qualquer processo de tentativa e erro torna-se possível por fórmulas obtidas empiricamente. As fórmulas apresentadas por Swamee & Jain (1976) para o escoamento em um tubo são as seguintes:

$$I_{wf} = 1,07 \frac{w_v^2 L}{D^5} \left\{ \ln \left[\frac{e}{3,7D} + 4,62 \left(\frac{vD}{w_v} \right)^{0,9} \right] \right\}^{-2} \quad 10^{-6} < e/D < 10^{-2}$$

$$3000 < Re < 3 \times 10^8 \quad (8.12)$$

$$w_v = -0,965 \left(\frac{D^5 I_{wf}}{L} \right)^{0,5} \ln \left[\frac{e}{3,7D} + \left(\frac{3,17v^2 L}{D^3 I_{wf}} \right)^{0,5} \right] \quad Re > 2000 \quad (8.13)$$

$$D = 0,66 \left[e^{1,25} \left(\frac{L w_v^2}{I_{wf}} \right)^{4,75} + v w_v^{9,4} \left(\frac{L}{I_{wf}} \right)^{5,2} \right]^{0,04} \quad 10^{-6} < e/D < 10^{-2}$$

$$5000 < Re < 3 \times 10^8 \quad (8.14)$$

Ao discutir problemas de dimensionamento de tubos, devemos salientar que os tubos comerciais são feitos apenas em certas dimensões. A Tabela 8.4 lista as dimensões normalizadas dos tubos de aço Sch 40. Se cálculos de dimensionamento fornecem um diâmetro intermediário, o diâmetro maior mais próximo deve ser escolhido.

Tabela 8.4 Dimensões nominais e reais de tubos de aço Sch 40.

Diâmetro nominal, pol	Diâmetro interno, cm
1/8	0,683
1/4	0,925
3/8	1,252
1/2	1,580
3/4	2,093
1	2,664
1 1/4	3,505
1 1/2	4,089
2	5,250
2 1/2	6,271
3	7,793
3 1/2	9,012
4	10,226
5	12,819

Exemplo 8.2

Considere o Exemplo 8.1. Calcule a vazão usando o método alternativo.

Solução:

O método alternativo para este problema de categoria 1 usa a equação 8.12 com $D = 1,5 \text{ in}$.

$$I_{wf} = 1,07 \frac{(0,1)^2 (1500)}{\left(\frac{1,5}{12}\right)^5} \left\{ \ln \left[\frac{0,0012}{3,7} + 4,62 \left(\frac{10^{-5} \left(\frac{1,5}{12}\right)}{0,1} \right)^{0,9} \right] \right\}^{-2} = 9117 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

O balanço global de energia mecânica para canos horizontais é:

$$I_{wf} = -\frac{\Delta p}{\rho}$$

$$9117 = -\frac{\Delta p}{62,4}$$

$$\Delta p = 569000 \text{ lb/ft s}^2$$

Usando o fator de conversão $1 \text{ lbf} = 32,174 \text{ lb ft/s}^2$, a queda de pressão fica:

$$\Delta p = \frac{569000}{32,174(144)} = 122,8 \text{ lbf/in}^2$$

que é um valor bem próximo de $123,5 \text{ lbf/in}^2$, calculado no Exemplo 8.1.

Exemplo 8.3

Uma queda de pressão de 700 kPa é medida sobre um comprimento de 300 m de um tubo em ferro forjado de 10 cm de diâmetro que transporta óleo ($SG = 0,9$, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$). Calcule a vazão usando a) o diagrama de Moody e b) o método alternativo.

Solução:

Este é um problema em que é necessário um método de tentativa e erro para se obter a velocidade (ou seja, a vazão), desde que u_b seja conhecido para calcular tanto o fator de atrito como o número de Reynolds.

Dados:

$$D = 10 \text{ cm} = 3,937 \text{ pol}$$

$$L = 300 \text{ m}$$

$$\Delta p = 700 \text{ kPa}$$

$$\rho_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$SG = 0,9 \Rightarrow \frac{\rho_{\text{óleo}}}{\rho_{\text{água}}} = 0,9 \Rightarrow \frac{\rho_{\text{óleo}}}{1000} = 0,9 \Rightarrow \rho_{\text{óleo}} = 900 \text{ kg/m}^3$$

Obtendo η da Tabela 8.1 (aço comercial), $e/D = 0,00015(12)/3,937 = 0,00046$.

$$I_{wf} = -\frac{\Delta p}{\rho}$$

$$I_{wf} = \frac{700000}{900} = 777,8 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$I_{wf} = \frac{2fLu_b^2}{D}$$

$$Re = \frac{u_b D}{\nu}$$

Supondo que o escoamento seja completamente turbulento:

$$f^* = 0,0165 \therefore f = 0,00413$$

$$777,8 = \frac{2(0,00413)(300)u_b^2}{0,10}$$

$$u_b = 5,602 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{5,602(0,10)}{10^{-5}} = 5,602 \times 10^4$$

$$f^* = 0,023 \therefore f = 0,00575$$

$$777,8 = \frac{2(0,00575)(300)u_b^2}{0,10}$$

$$u_b = 4,748 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{4,748(0,10)}{10^{-5}} = 4,748 \times 10^4$$

$$f^* = 0,023$$

$$w_v = u_b A$$

$$w_v = u_b \frac{\pi D^2}{4}$$

$$w_v = (4,748) \frac{\pi (0,10)^2}{4} = 0,03729 \text{ m}^3/\text{s}$$

O método alternativo para este problema de categoria 2 usa a equação 8.13 com $D = 0,10 \text{ m}$.

$$w_v = -0,965 \left(\frac{(0,10)^5 (777,8)}{300} \right)^{0,5} \ln \left[\frac{0,00046}{3,7} + \left(\frac{3,17 (10^{-6})^2 (300)}{(0,10)^3 (777,8)} \right)^{0,5} \right]$$

$$w_v = 0,0430 \text{ m}^3/\text{s}$$

Exemplo 8.4

Bombeia-se 380 l/min de água a 15°C desde um reservatório, através de um sistema de tubulações, até um tanque aberto, cujo nível é mantido 5,20 m acima do nível do reservatório. Do reservatório à bomba usa-se cano de aço, de 3 polegadas e Sch 40, e da bomba ao tanque elevado, usa-se cano de 2 polegadas e Sch 40. A Figura 8.12 mostra os comprimentos de cano e os acessórios. Calcule a potência da bomba sabendo que seu rendimento é de 70%.

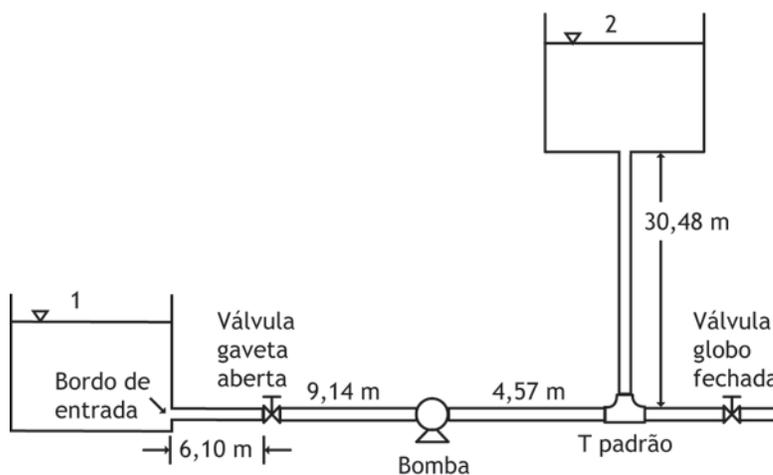


Figura 8.12 Esquema do sistema de bombeamento.

Solução:

A solução deste problema começa escolhendo-se as duas superfícies permeáveis. As superfícies escolhidas são as superfícies líquidas, indicadas por 1 e 2 na figura. Escrevendo o balanço de energia mecânica entre as duas superfícies:

$$\frac{\Delta u_b^2}{2} + \frac{\Delta p}{\rho} + g\Delta z + I_{wf} + \eta_p W_S = 0$$

Δu_b é zero devido à escolha das superfícies:

$$\Delta u_b = \frac{u_{b2}^2 - u_{b1}^2}{2} = \frac{0^2 - 0^2}{2} = 0$$

Δp é zero, $p_1 = p_2 = p_{atm\ local}$

O balanço de energia mecânica fica:

$$g\Delta z + I_{wf} + \eta_p W_S = 0$$

Usando $g = 9,8\ m/s^2$ e sendo $\eta_p = 0,70$, tem-se:

$$9,8(5,20) + I_{wf} + 0,70W_S = 0$$

$$50,96 + I_{wf} + 0,70W_S = 0 \tag{1}$$

Tendo-se calculado I_{wf} , esta equação permitirá o cálculo de W_S e, conseqüentemente, da potência fornecida. Assim, teremos que calcular I_{wf} , que é a soma das seguintes perdas: (1) cano de 3 polegadas, bordo de entrada e a válvula gaveta aberta; (2) cano de 2 polegadas, tê e a expansão no tanque superior.

Calculamos inicialmente algumas quantidades que serão usadas. Da Tabela 8.4, tiramos os diâmetros internos dos dois canos:

$$D_{cano3} = 7,793\ cm = 0,07793\ m$$

$$D_{cano2} = 5,250\ cm = 0,05250\ m$$

Considerando a massa específica da água $\rho = 10^3\ kg/m^3$ e a viscosidade $\mu = 10^{-3}\ kg/ms$, podemos calcular o número de Reynolds do escoamento nos dois canos.

$$w_v = \frac{380(10^{-3})}{60} = 6,333 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$w = \rho w_v = 10^3 (6,333 \times 10^{-3}) = 6,333 \text{ kg/s}$$

Perda no cano de 3 polegadas:

Da Figura 8.11, determinamos que o comprimento equivalente ao bordo de entrada é 2,44 m, e para a válvula gaveta aberta é 0,52 m. Então o comprimento equivalente do cano de 3 polegadas será:

$$2,44 + 6,10 + 0,52 + 9,14 = 18,20 \text{ m}$$

$$u_{b,cano3} = \frac{w_v}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{6,333 \times 10^{-3}}{\pi (0,07793)^2} = 1,328 \text{ m/s}$$

$$Re_{cano3} = \frac{\rho u_b D}{\mu} = \frac{10^3 (1,328)(0,07793)}{10^{-3}} = 1,035 \times 10^5$$

Da Tabela 8.1 tiramos $e/D = 0,00015(30,48)/7,793 = 0,0006$, e do diagrama de Moody o fator de atrito $f = 0,0053$. Então para o cano de 3 polegadas, a perda é:

$$l_{w,cano3} = \frac{2fLu_b^2}{D} = \frac{2(0,0052)(18,20)(1,328)^2}{0,07793} = 4,28 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Perda no cano de 2 polegadas:

$$u_{b,cano2} = \frac{w_v}{D} = \frac{6,333 \times 10^{-3}}{\pi (0,05250)^2} = 2,926 \text{ m/s}$$

$$Re_{cano2} = \frac{\rho u_b D}{\mu} = \frac{10^3 (2,926)(0,05250)}{10^{-3}} = 1,536 \times 10^5$$

O comprimento equivalente ao T é 3,66 m. Então o comprimento equivalente do cano de 2 polegadas será:

$$30,48 + 3,66 + 4,57 = 38,71 \text{ m}$$

Da Tabela 8.1 tiramos $e/D = 0,00015(30,48)/5,250 = 0,0009$ e do diagrama de Moody o fator de atrito $f = 0,0053$. A perda para o cano de 2 polegadas é:

$$l_{w_f, \text{cano2}} = \frac{2fLu_b^2}{D} + l_{w_e} = \frac{2(0,0053)(38,71)(2,926)^2}{0,05250} + \frac{2,926^2}{2} = 71,20 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

A perda total será:

$$l_{w_f} = l_{w_f, \text{cano3}} + l_{w_f, \text{cano2}} = 4,28 + 71,20 = 75,48 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Substituindo esse resultado na equação 1:

$$50,96 + 75,48 + 0,70 W_S = 0$$

$$W_S = -180,6 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\dot{W}_S = wW_S = 6,333(180,6) = 1144 \text{ W}$$

$$1 \text{ hp} = 745,7 \text{ Watt}$$

$$\dot{W}_S = \frac{1144}{745,6} = 1,53 \text{ hp}$$

REFERÊNCIAS

BRODKEY, R. S.; HERSHEY, H. C. *Transport phenomena: a unified approach*. New York: McGraw-Hill, 1988.

HAALAND, S. E. Simple and Explicit Formulas for the Friction Factor in Turbulent Pipe Flow. *Journal of Fluids Engineering*, Blacksburg, n. 105, p. 89-90, mar. 1983.

SWAMEE, P. K.; JAIN, A. K. Explicit Equations for Pipe-Flow Problems. *Journal of the Hydraulics Division*, Reston, v. 102, n. 5, p. 657-664, May 1976.

Referências consultadas

BENNETT, C. O.; MYERS, J. E. *Fenômenos de transporte: Quantidade de movimento, calor e massa*. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1979.

MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. *Fundamentos da Mecânica dos Fluidos*. São Paulo: Edgard Blücher, 1997.

POTTER, M. C.; WIGGERT, D. C. *Mecânica dos Fluidos*. São Paulo: Thomson, 2004.

WHITE, F. M. *Mecânica dos Fluidos*. 4. ed. Rio de Janeiro: McGraw-Hill do Brasil, 2002.

SOBRE O AUTOR

Wu Hong Kwong

Formou-se em Engenharia Química em 1978 pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP). Em 1979, ingressou no corpo docente do Departamento de Engenharia Química da Universidade Federal de São Carlos (DEQ/UFSCar). Simultaneamente, iniciou o seu mestrado na EPUSP e o concluiu em 1985. No primeiro semestre de 1987 ministrou a disciplina *Análise de Processos Químicos*, do curso de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Nesse ano, iniciou o seu doutorado na EPUSP e o concluiu em 1992. A partir de 1992 passou a integrar o corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da UFSCar, ministrando disciplinas na área de simulação e controle de processos químicos. Em 2007, passou a integrar o corpo docente do curso de Tecnologia Sucroalcooleira da UAB-UFSCar. Foi vice-chefe do DEQ/UFSCar em 2005, e chefe no triênio 2006-2008. Em 2009, iniciou as suas atividades como tutor do Programa de Educação Tutorial do Curso de Engenharia Química da UFSCar. Ao lado dessas realizações, escreveu alguns apontamentos em controle de processos: *Introdução ao Controle de Processos Químicos com MATLAB* (volumes 1 e 2), *Controle Digital de Processos Químicos com MATLAB e SIMULINK* e *Controle Preditivo com MATLAB*, publicados pela EdUFSCar.

