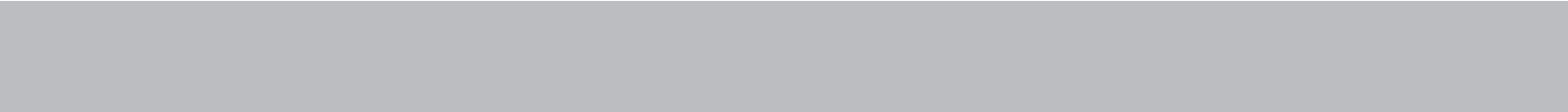




Experimentos Didáticos em Fenômenos de Transporte e Operações Unitárias para a Engenharia Ambiental



**Reitor**

Targino de Araújo Filho

Vice-Reitor

Adilson J. A. de Oliveira

Pró-Reitora de Graduação

Claudia Raimundo Reyes

**Secretária Geral de Educação a Distância - SEaD**

Aline Maria de Medeiros Rodrigues Reali

Coordenação SEaD-UFSCar

Daniel Mill

Glauber Lúcio Alves Santiago

Marcia Rozenfeld G. de Oliveira

Sandra Abib

Coordenação UAB-UFSCar

Daniel Mill

Sandra Abib

Coordenador do Curso de Engenharia Ambiental

Ruy de Sousa Júnior

UAB-UFSCar

Universidade Federal de São Carlos

Rodovia Washington Luís, km 235

13565-905 - São Carlos, SP, Brasil

Telefax (16) 3351-8420

www.uab.ufscar.br

uab@ufscar.br

**EdUFSCar****Conselho Editorial**

Ana Claudia Lessinger

José Eduardo dos Santos

Marco Giulietti

Nivaldo Nale

Oswaldo Mário Serra Truzzi (Presidente)

Roseli Rodrigues de Mello

Rubismar Stolf

Sergio Pripas

Vanice Maria Oliveira Sargentini

EdUFSCar

Universidade Federal de São Carlos

Rodovia Washington Luís, km 235

13565-905 - São Carlos, SP, Brasil

Telefax (16) 3351-8137

www.editora.ufscar.br

edufscar@ufscar.br

Ruy de Sousa Júnior

Experimentos Didáticos em Fenômenos de Transporte e Operações Unitárias para a Engenharia Ambiental

São Carlos



EdUFSCar

2015

© 2011, Ruy de Sousa Júnior

Concepção Pedagógica

Daniel Mill

Supervisão

Douglas Henrique Perez Pino

Revisão Linguística

Clarissa Galvão Bengtson

Daniel William Ferreira de Camargo

Kamilla Vinha Carlos

Paula Sayuri Yanagiwara

Rebeca Aparecida Mega

Diagramação

Izis Cavalcanti

Juan Toro

Vagner Serikawa

Capa e Projeto Gráfico

Luís Gustavo Sousa Sguissardi

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar

S725ed

Sousa Júnior, Ruy de.

Experimentos didáticos em fenômenos de transporte e operações unitárias para a engenharia ambiental / Ruy de Sousa Júnior. -- São Carlos : EdUFSCar, 2011.

71 p. -- (Coleção UAB-UFSCar).

ISBN – 978-85-7600-272-7

1. Fenômenos de transporte. 2. Laboratórios. 3. Operações unitárias. 4. Simulação computacional. 5. Experimentos didáticos. I. Título.

CDD – 537.6225 (20ª)

CDU – 66:532.057

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	7
---------------------------	---

UNIDADE 1: Transferência de quantidade de movimento

1.1 Primeiras palavras	11
1.2 Problematizando o tema	11
1.3 Medida de velocidade de escoamento de fluidos	11
1.3.1 Tubo de Pitot (fundamentos teóricos)	11
1.3.2 Determinação do perfil de velocidade e da vazão em uma tubulação	13
1.3.3 Estudo experimental	14
1.3.4 Simulação computacional	15
1.4 Considerações finais	18
1.5 Estudos complementares	19

UNIDADE 2: Transferência de calor

2.1 Primeiras palavras	23
2.2 Problematizando o tema	23
2.3 Transferência de calor em superfícies estendidas	23
2.3.1 Análise geral da condução	24
2.3.2 Estudo experimental	26
2.3.3 Simulação computacional	27
2.3.3.1 Método das diferenças finitas	27
2.3.3.2 Resíduos ponderados	29

2.4 Considerações finais	31
2.5 Estudos complementares	31

UNIDADE 3: Transferência de massa

3.1 Primeiras palavras	35
3.2 Problematizando o tema	35
3.3 Medida do coeficiente de transferência de oxigênio em tanque cilíndrico (reator de mistura) aerado	35
3.3.1 Método do sulfito modificado	35
3.3.2 Método degrau na velocidade de agitação	36
3.3.3 Estudo experimental	40
3.4 Considerações finais	47
3.5 Estudos complementares	47

REFERÊNCIAS	51
--------------------------	----

ANEXOS

ANEXO 1	55
ANEXO 2	61
ANEXO 3	65

APRESENTAÇÃO

Objetivos gerais: consolidação de conceitos relativos às áreas de conhecimento de Fenômenos de Transporte e Operações Unitárias por meio de experimentos didáticos (medida de velocidade de escoamento de fluido, transferência de calor em aletas e medida de coeficiente de transferência de massa) que permitam a visualização de fenômenos e processos envolvidos.

Objetivos específicos: cada unidade desenvolvida está elaborada de maneira a integrar o processo de consolidação de conceitos relativos às áreas de conhecimento de Fenômenos de Transporte e Operações Unitárias. Ao final, o leitor deverá estar apto à aplicação, na prática, dos conceitos que envolvam escoamento de fluidos, transferência de quantidade de movimento e de calor e massa, voltados à Engenharia Ambiental, com a determinação experimental dos parâmetros de transporte, bem como das variáveis importantes dos processos estudados.

Medida de velocidade de escoamento (e estimativa de vazão) de fluido: Tubo de Pitot

Em muitos estudos experimentais de escoamento de fluidos é necessário determinar a direção e o módulo da velocidade do fluido em alguns pontos da região estudada. Apesar de ser impossível a obtenção da velocidade em um ponto exato, pode-se determiná-la em uma pequena área ou volume por meio de instrumentos adequados.

Pode-se obter a velocidade medindo-se, entre outros:

- o tempo que uma partícula específica leva para percorrer uma distância conhecida;
- a diferença entre a pressão total e a estática (método introduzido por Henri Pitot, em 1732, sendo este um dos mais utilizados).¹

Transferência de calor em aletas

Imaginemos que estamos dentro de um quarto onde uma das paredes recebe uma alta incidência de energia solar. À medida que a luz do sol a ilumina, o calor é adicionado ao sistema e a parede se esquentar. Não é necessário pensar muito para saber que a face externa possui a maior temperatura. Existe um gradiente de temperatura entre as faces interna e externa da parede. Esse tipo de troca de calor é chamado de calor de condução e geralmente ocorre em sólidos.

À medida que a face interna da parede se aquece, o calor é transmitido para o ar, que vai se aquecendo (ao mesmo tempo em que a temperatura da

¹ Informação retirada do site: <<http://www.poli.usp.br/d/pme2333/Arquivos/Experiencia%20Tubo%20de%20Pitot.pdf>>.

parede diminui). O ambiente interno do quarto atinge uma temperatura constante e uniforme. Não existe um gradiente de temperatura, como é o caso do calor por condução do exemplo acima. Esse tipo de transferência de calor, que ocorre com fluidos em contato com uma superfície sólida, é denominado calor por convecção. Estudar-se-á, em laboratório, processos de transferência de calor por meio de aletas circulares.

Medida de coeficiente de transferência de massa: coeficiente de transferência de oxigênio em tanque cilíndrico (reator de mistura) aerado

A importância da medida do coeficiente de transferência de massa reside no fato de que em alguns casos a agitação representa a etapa controladora do processo e, portanto, esses sistemas devem ser adequadamente dimensionados para levar a um bom desempenho do mesmo. Em certos biorreatores, a agitação e a aeração têm como finalidade promover a mistura e a transferência de massa (oxigênio) da fase gasosa para a fase líquida de forma eficiente, transferência esta que pode ser quantificada pelo coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio (kLa).

UNIDADE 1

Transferência de quantidade de movimento

1.1 Primeiras palavras

Ao final da Unidade 1, o leitor deverá estar apto à aplicação, na prática, dos conceitos envolvendo escoamento de fluidos (transferência de quantidade de movimento), voltados à Engenharia Ambiental, com a determinação experimental dos parâmetros de transporte, bem como das variáveis importantes aos processos envolvidos.

1.2 Problematizando o tema

Em muitos estudos experimentais de escoamento de fluidos é necessário determinar a direção e o módulo da velocidade do fluido em alguns pontos da região estudada. Apesar de ser impossível a obtenção da velocidade num ponto exato, pode-se, por meio de instrumentos adequados, determinar a velocidade numa pequena área ou volume.

Pode-se obter a velocidade medindo-se, entre outros:

- o tempo que uma partícula específica leva para percorrer uma distância conhecida;
- a diferença entre a pressão total e a estática, (método introduzido por Henri Pitot, em 1732, sendo este um dos mais utilizados).

1.3 Medida de velocidade de escoamento de fluidos

1.3.1 Tubo de Pitot (fundamentos teóricos)

No ponto 1 da Figura 1, a energia total por unidade de massa é igual a:

$$\frac{v_1^2}{2} + gy_1 + \frac{P_1}{\rho} \Rightarrow \frac{v_1^2}{2g} + y_1 + \frac{P_1}{\rho g}$$

onde v_1 é a velocidade do fluido, g é a aceleração da gravidade, y_1 é a altura em relação a um referencial, P_1 é a pressão estática no ponto 1 e ρ é a massa específica do fluido.

No ponto 2 (na entrada do tubo de Pitot), a partícula que estava no ponto 1 é desacelerada até a velocidade zero. Então, a energia total por unidade de massa é igual a:

$$gy_2 + \frac{P_2}{\rho} \Rightarrow y_2 + \frac{P_2}{\rho g}$$

Considerando que não houve dissipação de energia entre os pontos 1 e 2 devido à proximidade entre eles, a energia total por unidade de massa é igual nesses pontos:

$$\frac{v_1^2}{2} + gy_1 + \frac{P_1}{\rho} = gy_2 + \frac{P_2}{\rho} \Rightarrow \frac{v_1^2}{2g} + y_1 + \frac{P_1}{\rho g} = y_2 + \frac{P_2}{\rho g}$$

Mas como $y_1 = y_2$,

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g}$$

A pressão estática P_1 (efetiva) é dada pela altura de coluna de fluido acima da linha com cota y , ou seja, h_1 . A pressão total efetiva P_2 (de estagnação), por sua vez, é dada pela altura $h = h_1 + h_2$.

Mas,

$$h_1 = \frac{P_1}{\rho g}$$

e

$$h = \frac{P_2}{\rho g} = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} \Rightarrow h_2 = \frac{v_1^2}{2g}$$

Ou seja, mediante leitura da altura de coluna de fluido no tubo de Pitot, acima da superfície livre, pode-se obter a velocidade de escoamento v_1 .

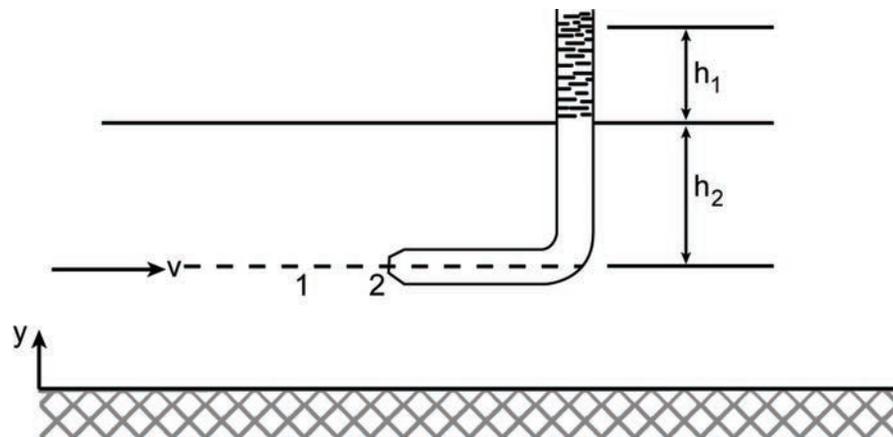


Figura 1 Tubo de Pitot.

1.3.2 Determinação do perfil de velocidade e da vazão em uma tubulação

A equação de Bernoulli aplicada entre os pontos 1 e 2 leva a:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2g(P_2 - P_1)}{\rho g}}$$

sendo a equação do manômetro diferencial (para a Figura 2):

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho g} = h \left(\frac{\rho_2 g}{\rho_1 g} - 1 \right) = h \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1} - 1 \right)$$

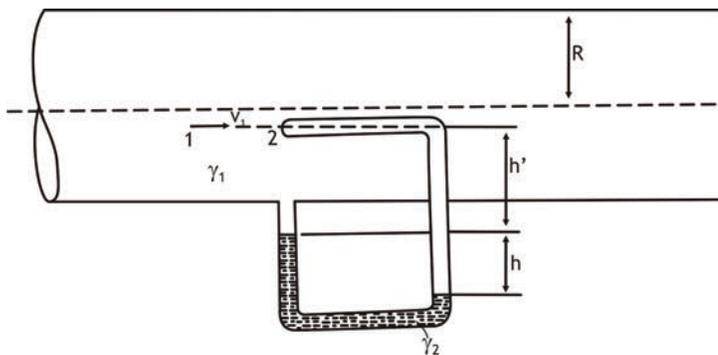


Figura 2 Manômetro diferencial em tubo de Pitot.

Fonte: adaptada de <<http://www.poli.usp.br/d/pme2333/Arquivos/Experiencia%20Tubo%20de%20Pitot.pdf>>. Acesso em: 14 jul. 2010.

Então, a partir das duas equações acima, temos:

$$v_1 = \sqrt{2gh \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1} - 1 \right)}$$

Assim, a partir do deslocamento do tubo de Pitot no interior da tubulação, pode-se levantar o perfil de velocidades, v (em função do raio r), na secção estudada.

Além disso, tem-se que a vazão volumétrica Q de um fluido escoando através de uma secção de área S é dada por:

$$Q = \int_0^S v dS$$

Conhecido o perfil de velocidade v na secção (conforme acima) e, considerando que $dS = \pi r \cdot dr$, tem-se:

$$Q = \int_0^R v \cdot \pi r \cdot dr$$

Tubos de Pitot podem ser utilizados, por exemplo, para medição de vazão em sistemas de abastecimento de água, visando a identificação de condições de perda das redes (de modo a possibilitar um diagnóstico da eficiência dos sistemas de abastecimento de água).

1.3.3 Estudo experimental

O equipamento utilizado num estudo experimental para determinar velocidades (e a vazão) de escoamento de um fluido é usualmente constituído por:

- a) tubo de Pitot, com possibilidade de deslocamento radial numa secção transversal da tubulação e tomada de pressão estática (Figura 3);

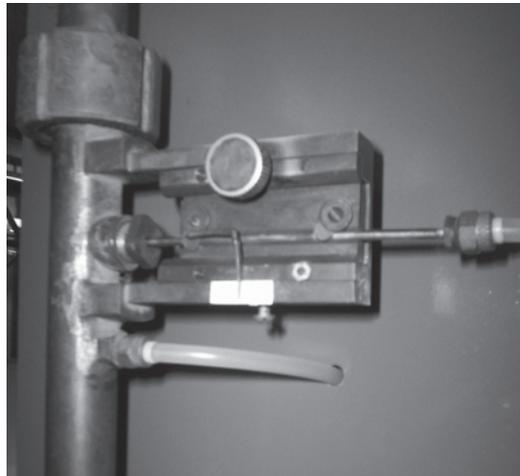


Figura 3 Tubo de Pitot inserido na tubulação.

b) manômetro conectado ao tubo de Pitot e tomada de pressão estática (Figura 4);

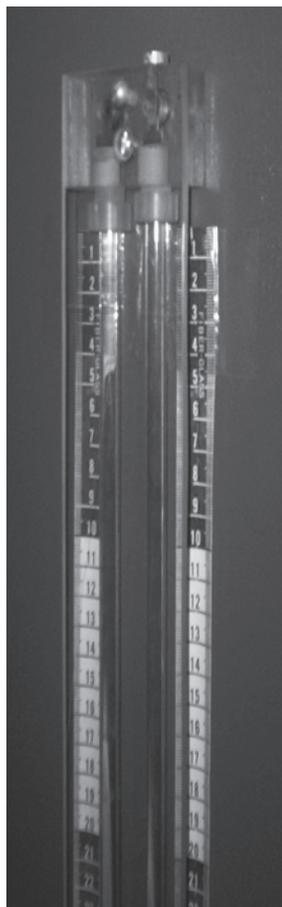


Figura 4 Manômetro.

c) registro regulador de vazão;

d) balança e cronômetro.

A experiência consiste em registrar as indicações dos manômetros para um dado valor de vazão. A partir da medida dos valores de pressão diferencial, o leitor poderá calcular velocidades de escoamento e estimar a vazão. Medir-se-á também a vazão pelo método de pesagem (utilizando balança e cronômetro).

1.3.4 Simulação computacional

A simulação computacional pode ser utilizada para estudo voltado à área ambiental envolvendo o conceito de escoamento de fluido. O problema em questão será a simulação de um processo de lodos ativados para tratamento de esgoto. Em particular, estudar-se-á o efeito da vazão na concentração dos microrganismos (bactérias) no sistema.

O tratamento por lodos ativados é um processo estritamente biológico e aeróbio, no qual o esgoto bruto afluente e o lodo ativado são intimamente misturados, agitados e aerados. Após tal procedimento, o material é enviado para um decantador, onde a parte sólida é separada do esgoto tratado, sendo este último descartado. O lodo separado retorna para o processo.

Os lodos ativados são os flocos produzidos em um esgoto bruto: devido ao crescimento de um determinado tipo de bactérias (zoógleas), na presença de oxigênio dissolvido, e acumulados em altas concentrações, graças ao reciclo de outros flocos previamente formados.

São partes integrantes da etapa biológica do sistema de lodos ativados (fluxo do líquido):

- tanque de aeração (reator de mistura);
- tanque de decantação (decantador secundário);
- recirculação do lodo.

É comum ocorrer a instalação de um medidor de vazão antes do tanque de aeração. Pode ser do tipo vertedor ou do tipo calha (mais detalhes no item 1.5).

Modelagem matemática

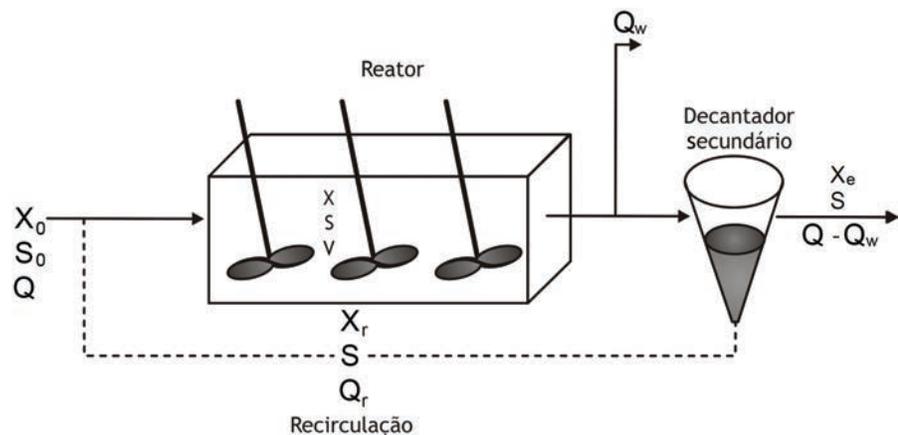


Figura 5 Processo de lodos ativados.

em que:

$$X = \text{kg}/\text{m}^3 \text{ (microrganismos)}$$

$$S = \text{kg DBO}/\text{m}^3 \text{ (substrato)}$$

Desenvolvendo:

$$V \frac{dx}{dt} = QX_0 - [Q_w X + (Q - Q_w) X_e] + Vr_g$$

$X_0 = 0$ (não há microrganismos na corrente de entrada)

$X_e \approx 0$

$$V \frac{dx}{dt} = 0 - Q_w X + V r_g$$

r_g = taxa de crescimento do microrganismo, que é proporcional à taxa de consumo do substrato:

$$+ r_g = -y \cdot r_{su}$$

$$V \frac{dx}{dt} = -Q_w X + V r_g$$

$$V \frac{dx}{dt} = -Q_w X - V \cdot y \cdot r_{su}$$

mas $r_{su} = -(S_0 - S) / \theta$

com $\theta = V/Q$ (tempo de detenção hidráulica no reator) de 4 a 8 horas

$$V \frac{dx}{dt} = -Q_w X + Vy(S_0 - S) / \theta$$

dividindo tudo por VX:

$$1/X \cdot \frac{dx}{dt} = -Q_w/V + y/X(S_0 - S) / \theta$$

$$\frac{dx}{dt} = X \left[-Q_w/V + y/X(S_0 - S) / \theta \right]$$

como $\theta_c = V/Q_w$ (tempo de residência médio dos microrganismos no sistema, de 6 a 15 dias), tem-se:

$$\frac{dx}{dt} = X \left[-1/\theta_c + y/X(S_0 - S) / \theta \right]$$

$$\frac{dx}{dt} = X \left[-1/\theta_c + yS_0/X\theta - yS/X\theta \right]$$

$$\frac{dx}{dt} = -X/\theta_c + yS_0/\theta - yS/\theta$$

$$\frac{dx}{dt} = yS_0/\theta - yS/\theta - X/\theta_c$$

Valores adotados:

$\delta = 6$ horas = 0,25 dia

$\theta_c = 10$ dias

y é um fator relacionando o consumo de substrato com a produção de microrganismos. Valor típico = 0,7.

$$S_0 = 0,375 \text{ kg DBO}/m^3 \text{ (de modo que } S_0/\delta = 1,5)$$

$$S, \text{ valor médio} = 0,3225 \text{ kg DBO}/m^3$$

Então, inserindo os parâmetros na equação:

$$dx/dt = 0,7 \cdot 1,5 - 0,7 \cdot 0,3225/0,25 - X/10$$

Considere-se o programa em linguagem Fortran (e arquivo de dados associado) cuja listagem é apresentada no Anexo 1, no qual está implementada a rotina Runge-Kutta para a solução de equações diferenciais ordinárias. A equação diferencial ordinária para o problema em questão é o balanço material para os microrganismos no sistema. Pode-se introduzir tal equação na sub-rotina adequada do programa. Depois, variando os valores da vazão, é possível obter os valores calculados pelo programa para a concentração de microrganismos no sistema.

1.4 Considerações finais

Em muitos estudos experimentais de escoamento de fluidos, é necessário determinar a direção e o módulo da velocidade do fluido em alguns pontos da região estudada. Pode-se obter a velocidade medindo-se a diferença entre a pressão total e a estática, método introduzido por Henri Pitot, em 1732, sendo este um dos mais utilizados. Tubos de Pitot podem ser utilizados, por exemplo, para a medição de vazão em sistemas de abastecimento de água, visando a identificação de condições de perdas das redes (de modo a possibilitar a elaboração de um diagnóstico da eficiência dos sistemas de abastecimento de água).

A partir do deslocamento do tubo de Pitot no interior de uma tubulação, pode-se levantar o perfil de velocidades, v (em função do raio r), na seção estudada. Conhecido o perfil de velocidade v na seção, pode-se determinar a vazão.

A simulação computacional pode ser utilizada para estudo voltado à área ambiental envolvendo conceito de escoamento de fluido, como, por exemplo, a simulação de um processo de lodos ativados para tratamento de esgoto. Em particular, pode-se estudar o efeito da vazão na concentração dos microrganismos (bactérias) no sistema.

1.5 Estudos complementares

Medidores de vazão para canais abertos: vertedouros ou calhas.

Método do vertedor

Vertedores são simples aberturas ou entalhes na parte superior de uma parede, através dos quais o líquido escoa. Podem ser instalados em cursos d'água naturais ou artificiais.

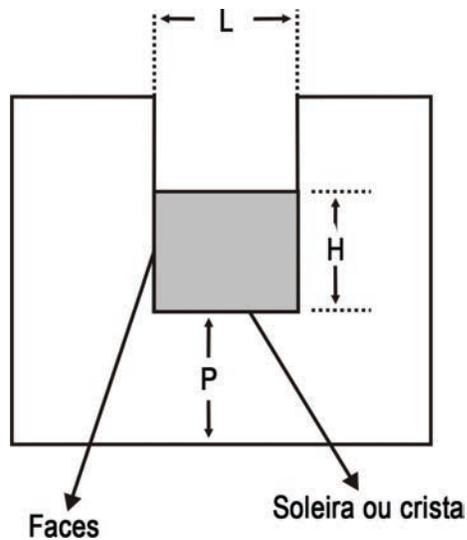


Figura 6 Vertedor.

em que:

L = largura da soleira;

H = altura da lâmina de água que passa (carga hidráulica) sobre a soleira;

P = distância do fundo d'água à soleira.

Tipos de vertedores e suas equações para a determinação da vazão:

1. Vertedor triangular:

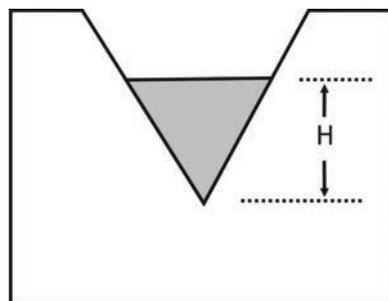


Figura 7 Vertedor triangular.

$$Q = 1,4H^{5/2},$$

Q em m³/s; H em m

2. Vertedor retangular com duas contrações laterais (as contrações ocorrem nos vertedores cuja largura é inferior à largura do curso d'água):

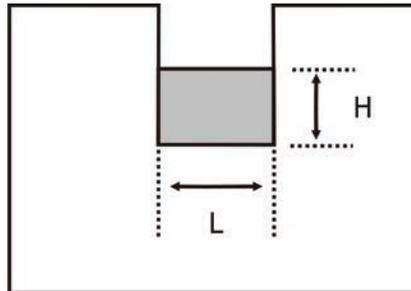


Figura 8 Vertedor retangular.

$$Q = 1,84LH^{3/2},$$

Q em m³/s; H e L em m

Medidor calha

Nesse equipamento, a água praticamente não se eleva (represamento) à montante do ponto de instalação.

Para a medição da vazão, basta a leitura de uma régua graduada em milímetros, encostada na parede lateral da entrada. A leitura é convertida em vazão por meio de tabelas ou de prévia calibração com outros métodos (equações).

Para mais informações, acesse os seguintes endereços:

Estudos adicionais sobre tubos de Pitot:

<http://www.escoladavida.eng.br/mecflubasica/tubo_pitot.pdf>

Estudos complementares sobre vertedores, calhas etc.:

<http://www.deg.ufla.br/setores/engenharia_agua_solo/disciplinas/eng_187/aulas%20praticas/6.pdf>

UNIDADE 2

Transferência de calor

2.1 Primeiras palavras

Ao final da Unidade 2, o leitor deverá estar apto à aplicação, na prática, dos conceitos envolvendo transferência de calor, voltados à Engenharia Ambiental, com a determinação experimental dos parâmetros de transporte, bem como das variáveis importantes aos processos.

2.2 Problematizando o tema

Imaginemos que estamos dentro de um quarto onde uma das paredes recebe uma alta incidência de energia solar. À medida que a luz do sol a ilumina, o calor é adicionado ao sistema e a parede se esquentando. Qual é a maior temperatura? A da face externa da parede recebendo diretamente a luz solar? Ou será que é a de sua face interna?

Não é necessário pensar muito para saber que a face externa possui a maior temperatura. Existe um gradiente de temperatura entre as faces externa e interna da parede. Esse tipo de troca de calor é chamado de calor de condução, e geralmente ocorre em sólidos (<<http://www.feq.unicamp.br/~nunhez/download/eq502/modulo03.doc>>, acesso em: 14 jul. 2010).

Imaginemos, agora, o ar contido dentro do quarto. À medida que a face interna da parede se aquece, o calor é transmitido para o ar, que vai se aquecendo (ao mesmo tempo em que a temperatura da parede diminui). O que se nota é que o ambiente interno do quarto atinge uma temperatura constante e uniforme. Não existe um gradiente de temperatura, como é o caso do calor por condução do exemplo acima. Esse tipo de transferência de calor, que ocorre predominantemente com fluidos em contato com uma superfície sólida, é denominado calor por convecção. Estudar-se-á, em laboratório, processos de transferência de calor por meio de aletas circulares.

2.3 Transferência de calor em superfícies estendidas

O termo superfícies estendidas normalmente diz respeito à transferência de calor por condução no interior de um sólido e à transferência de calor por convecção entre as fronteiras do sólido e a vizinhança. Na superfície estendida, a direção da transferência de calor das fronteiras é perpendicular à direção da principal transferência de calor no sólido.

Embora haja muitos exemplos que envolvam efeitos combinados de condução e convecção, a aplicação mais usual diz respeito a superfícies estendidas

utilizadas para aumentar a taxa de transferência de calor entre o sólido e um fluido ao seu redor. Tal superfície é chamada aleta.

Considere a parede plana da Figura 9.

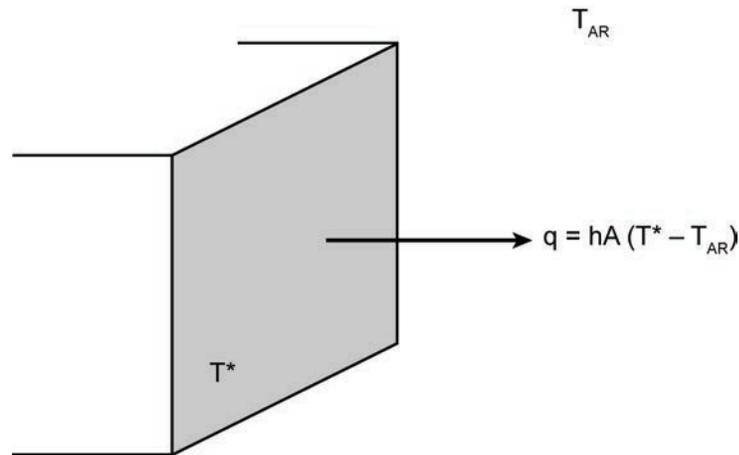


Figura 9 Superfície nua.

O coeficiente de convecção h poderia ser ampliado por meio do aumento da velocidade do fluido e/ou da redução da temperatura do fluido (T_w). Além disso, existe mais uma opção: a taxa de transferência de calor pode ser elevada aumentando-se a área da superfície, por meio da qual ocorre o processo convectivo. Isso pode ser conseguido a partir do emprego das aletas, as quais se estendem desde a parede até o interior do fluido ao redor do sólido. Idealmente, o material da aleta deve apresentar uma alta condutividade térmica para minimizar as diferenças de temperatura entre a sua base e a sua extremidade. No caso de condutividade térmica infinita, toda a aleta estaria à mesma superfície da base, configurando um aumento máximo da transferência de calor.

Uma aleta plana é qualquer superfície estendida fixa a uma parede plana. Ela pode apresentar a área da seção reta constante ou variável com a distância da parede. Uma aleta em forma de pino (ou agulha) é uma superfície estendida de seção reta circular. As aletas agulha podem ter áreas de seção reta constantes ou variáveis.

2.3.1 Análise geral da condução

Segundo Incropera & Dewitt (2003), engenheiros estariam interessados em como uma determinada superfície estendida pode melhorar a transferência de calor de uma superfície para o fluido em contato com a mesma. Para determinar a taxa de calor associada a uma superfície estendida deve-se, em primeiro lugar, obter a distribuição de temperatura ao longo desta. Deve-se iniciar com um balanço de energia para um elemento de volume diferencial apropriado.

Um balanço diferencial de energia contém os seguintes termos:

$$\text{Entrada} - \text{Saída} + \text{Geração} - \text{Consumo} = \text{Acúmulo}$$

No caso de não haver geração nem consumo de calor (o que poderia ocorrer a partir da existência de uma reação química) e em caso de não haver acúmulo de energia (o que ocorre num processo em regime permanente):

$$\text{Entrada} = \text{Saída}$$

Considerando o volume de controle infinitesimal ilustrado na Figura 10, tem-se a energia entrando no volume de controle por condução. Parte dessa energia flui através do material sólido por condução, saindo em $x + \delta x$, enquanto a outra parte deixa o material por convecção.

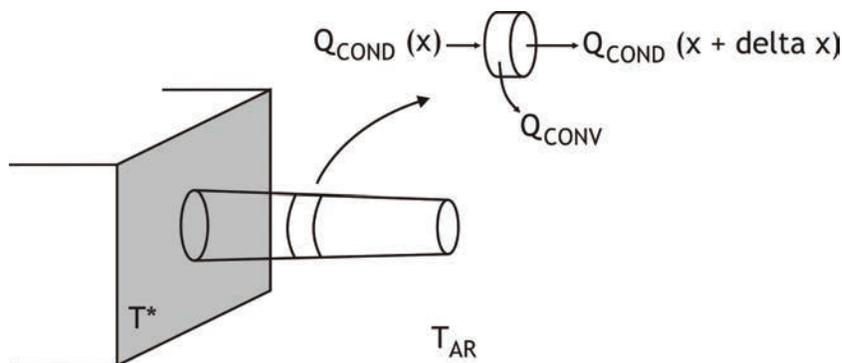


Figura 10 Superfície aletada.

ENTRADA

Entra calor por condução em x . Matematicamente, esse calor é expresso por:

$$Q_{COND}(x) = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$$

sendo:

k = coeficiente de condutividade térmica da aleta;

A = área da secção reta transversal.

SAÍDA

O calor, por condução, deixa o volume de controle em $x + \delta x$, e deseja-se saber qual o seu valor. Entretanto, como ϕ_i é pequeno, pode-se utilizar o Teorema

de Taylor para poder expressar o valor da condução em $x + \delta x$, em função do calor por condução em x . A partir do teorema de Taylor, conhecendo-se o valor da função em um ponto genérico x_0 , bem como as suas derivadas nesse ponto x_0 , pode-se expressar o valor de tal função nas proximidades desse ponto por:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) \dots$$

No presente caso, deseja-se aplicar o teorema de Taylor para obter o calor de condução em $x + \delta x$. Dessa forma:

$$Q_{COND}(x + \delta x) = Q_{COND}(x) + Q'_{COND}(x) \cdot (x + \delta x - x) \dots$$

Ou:

$$-k \cdot A \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x+\delta x} = -k \cdot A \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_x + \frac{d}{dx} \left(-k \cdot A \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_x \right) (\delta x) \dots$$

As aletas também perdem calor por convecção nas suas áreas laterais. Matematicamente:

$$Q_{CONV} = h \cdot A_L \cdot (T^* - T_{AR})$$

h = coeficiente de película ou coeficiente de transmissão de calor;

A_L = área lateral;

T^* = temperatura da superfície perdendo calor por convecção;

T_{AR} = temperatura do fluido circulando a aleta.

Substituindo as equações anteriores para as taxas no balanço de energia, pode-se obter a forma geral da equação de energia para uma superfície estendida. Sua solução para condições de contorno apropriadas fornece a distribuição de temperatura na aleta.

2.3.2 Estudo experimental

Tendo estudado os fundamentos associados à transferência de calor em aleta, é possível realizar um experimento para aplicar, na prática, conceitos envolvendo transferência de calor. O objetivo do experimento é: determinar os perfis de

temperatura em barras cilíndricas de materiais e diâmetros diferentes, aquecidas em uma das extremidades. O sistema a seguir (Figura 11) é constituído por aletas com módulos de aquecimento acoplados a uma de suas extremidades, cuja finalidade é transferir calor para tais aletas. Ao longo de cada aleta, há orifícios igualmente espaçados que permitem, com o auxílio de sensores de temperatura, a aferição da temperatura da aleta naquele ponto específico.

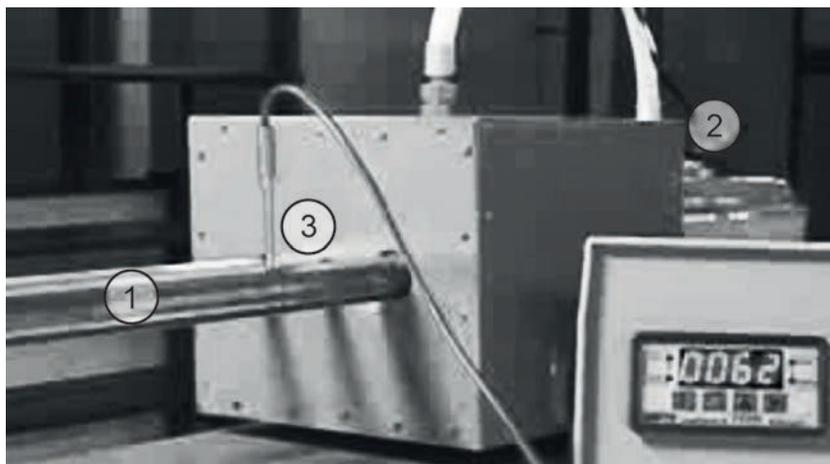


Figura 11 Aparato experimental. 1) Barra cilíndrica; 2) Módulo de aquecimento; 3) Orifício/sensor de temperatura.

2.3.3 Simulação computacional

A simulação computacional pode ser utilizada para estudo voltado à área ambiental, envolvendo o conceito de transferência de calor. O problema em questão será a obtenção do perfil simulado de temperatura em uma aleta (com características semelhantes às de uma das aletas consideradas experimentalmente) a partir da resolução numérica da equação diferencial da energia para a superfície estendida.

2.3.3.1 Método das diferenças finitas

O método das diferenças finitas consiste em substituir as derivadas na equação por aproximações numéricas de mesma ordem.

Para equações diferenciais de segunda ordem, podem-se utilizar as seguintes aproximações:

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_i = \frac{T(x_{i+1}) - T(x_{i-1}))}{2h} + O(h^2)$$

$$\left. \frac{d^2T}{dx^2} \right|_i = \frac{T(x_{i+1}) - 2T(x_i) + T(x_{i-1}))}{h^2} + O(h^2)$$

$$x_{i+1} = x_i + h$$

Ao substituir essas aproximações na equação diferencial, obtém-se uma equação algébrica que envolve valores da função T em três pontos: x_{i+1} , x_i e x_{i-1} , para diversos pontos de discretização i dentro do intervalo de integração. As condições de contorno, geralmente, fornecem equações em x_0 e x_n .

Em muitos problemas, as condições de contorno representam valores conhecidos da variável dependente. Nesse caso, o método pode ser implementado segundo o procedimento a seguir:

1. Utilizam-se as aproximações das derivadas para se obter equações algébricas;
2. Escrevem-se as equações para $i = 1, 2, \dots, n - 1$, utilizando-se as aproximações acima descritas;
3. Na equação de $i = 1$, substitui-se o valor de x_0 dado pela respectiva condição de contorno;
4. Na equação de $i = n - 1$, substitui-se x_n pelo valor da respectiva condição de contorno.

O resultado será um sistema de $n - 1$ equações algébricas, representado pela seguinte equação (matricial):

$$A \cdot T = B$$

A matriz A (chamada matriz tridiagonal) tem uma propriedade especial: todos os elementos não nulos estão na diagonal principal ou junto a ela (acima ou abaixo), os demais elementos equivalem a zero.

A resolução do sistema $A \cdot T = B$ pode ser feita por qualquer método de eliminação (eliminação de Gauss, por exemplo). No entanto, para o caso específico de uma matriz tridiagonal, o sistema de equações pode ser resolvido pelo algoritmo de Thomas, em que as equações são:

$$a_i \cdot T_{i-1} + b_i \cdot T_i + c_i \cdot T_{i+1} = d_i$$

com

$$T_n = \gamma_n$$

$$T_i = \gamma_i - (c_i / \beta_i) \cdot T_{i+1} \text{ para } i = n-1, n-3, \dots, 1$$

Os valores de β e γ são determinados pelas seguintes expressões:

$$\beta_1 = b_1$$

$$\gamma_1 = d_1 / b_1$$

$$\beta_i = b_i - (a_i \cdot c_i - 1 / \beta_{i-1}) \text{ para } i = 2, 3, \dots, n-1$$

$$\gamma_i = (d_i - a_i \cdot \gamma_{i-1}) / \beta_i \text{ para } i = 2, 3, \dots, n-1$$

Observa-se que o sistema acima fornece os valores de T_i para $i = 1, 2, \dots, n-1$. Os valores correspondentes a $i = 0$ e $i = n$ já eram conhecidos pelas condições de contorno.

2.3.3.2 Resíduos ponderados

O método dos resíduos tenta aproximar alguns valores da função a partir de funções conhecidas. A solução é dada por uma função e não por um conjunto de pontos.

O método para resolver a equação diferencial $L(y) = 0$, sujeita a condições de contorno $M(y) = 0$, consiste em:

1. Construir uma função y_a , que é uma estimativa da solução. A solução aproximada é construída a partir de um conjunto de funções chamadas funções de aproximação (ϕ_j).

Por exemplo, pode-se utilizar uma solução do tipo:

$$y_a(x) = y_0(x) + \sum_{i=1}^N a_i \varphi_i(x)$$

em que os coeficientes aí existentes devem ser determinados.

Para garantir que a solução aproximada y_a satisfaça às condições de contorno, a função y_0 deve exatamente satisfazê-las, isto é, $M(y_0) = M(y_a)$.

2. Determinar os resíduos (ou seja, os erros relativos à aproximação) $R = L(y_a)$ e $Rb = M(y_a)$.

Se y_a fosse uma solução da equação diferencial, os dois resíduos seriam identicamente nulos. No critério exemplificado anteriormente, $Rb = 0$, já que as condições de contorno foram atendidas (resta apenas determinar o resíduo R).

3. Utilizar um conjunto de funções de teste (w_k) que permitam minimizar o resíduo ponderado a partir delas.

O uso de quaisquer funções de aproximação tenderia a fornecer R e Rb não identicamente nulos. As funções de aproximação, no entanto, podem ser escolhidas de forma a zerar um dos resíduos, reduzindo a quantidade de cálculos envolvidos na minimização destes. Quando a solução aproximada y_a é escolhida de modo a se obter $Rb = 0$, o método é chamado interior. Observe que o critério apresentado anteriormente como exemplo conduz a um método interior.

Os resíduos e as funções de teste são funções da variável independente. Para que seja possível efetuar as comparações exigidas pela minimização dos resíduos, necessita-se de um escalar, que pode ser obtido a partir de um produto escalar entre as duas funções (resíduo e função de teste). Uma forma tradicional de efetuar o produto escalar é a integração. Diversos tipos de funções w_k podem ser utilizadas para o cálculo do produto escalar. Uma das escolhas possíveis é a seguinte:

$$w_k = \delta(x - x_k)$$

em que δ é a função delta de Dirac. Nesse caso, com a função de teste correspondendo à função delta de Dirac, tem-se o método de colocação.

Além disso, a condição de minimização dos resíduos, $(R, w_k) = 0$, exige que estes sejam nulos em x_k . A função escolhida para a solução deve passar pelos pontos $[x_k, y(x_k)]$. Se a função escolhida for um polinômio de interpolação de Lagrange e os pontos de colocação forem suas raízes, tem-se o método de colocação ortogonal.

O Anexo 2 contém programa em linguagem Fortran (com leitura dos dados através do teclado) para a obtenção do perfil simulado de temperatura em uma aleta (com características semelhantes às de uma das aletas consideradas experimentalmente), pela resolução numérica (método das diferenças finitas) da equação diferencial da energia para a superfície estendida.

Além disso, o Anexo 3 contém programa em linguagem Fortran (e arquivo de dados associado) para a simulação do transiente de temperatura em aletas. Considera-se o método das linhas, que consiste em uma aproximação detalhada da solução da equação diferencial parcial não linear dependente do tempo. Esse método apresenta dois passos: em primeiro lugar as derivadas parciais são aproximadas usando diferenças finitas ou elementos finitos e, em segundo, o sistema resultante de equações diferenciais ordinárias é resolvido.

2.4 Considerações finais

Estudaram-se, em laboratório, processos de transferência de calor por meio de aletas circulares.

O termo superfícies estendidas normalmente diz respeito à transferência de calor por condução no interior de um sólido e à transferência de calor por convecção entre as fronteiras do sólido e a vizinhança. Embora haja muitos exemplos que envolvam efeitos combinados de condução e convecção, a aplicação mais usual diz respeito a superfícies estendidas utilizadas para aumentar a taxa de transferência de calor entre o sólido e um fluido ao seu redor. Tal superfície é chamada aleta.

Engenheiros estariam interessados em como uma determinada superfície estendida pode melhorar a transferência de calor de uma superfície para o fluido em contato. Para determinar a taxa de calor associada a uma superfície estendida deve-se, em primeiro lugar, obter-se a distribuição de temperatura ao longo desta (tal como no estudo experimental proposto).

A simulação computacional pode ser utilizada para estudo voltado à área ambiental envolvendo conceito de transferência de calor, como, por exemplo, a obtenção do perfil simulado de temperatura em uma aleta, pela resolução numérica da equação diferencial da energia para a superfície estendida.

2.5 Estudos complementares

Um trocador ou permutador de calor é um eficiente dispositivo para transferência de calor de um fluido para outro, encontrando-se estes a temperaturas

diferentes. Um permutador é normalmente inserido num processo com a finalidade de arrefecer (resfriar) ou aquecer um determinado fluido. São amplamente usados em aquecedores, refrigeração, condicionamento de ar, usinas de geração de energia, plantas químicas, plantas petroquímicas, refinaria de petróleo, processamento de gás natural e tratamento de águas residuais.

Um exemplo comum de trocador de calor é o radiador dos automóveis, no qual a água, sendo um fluido quente proveniente da refrigeração do motor, transfere calor para o ar que flui através do radiador. Noutras aplicações, trocadores de calor são usados para refrigeração de fluidos e são constituídos por tubos, onde normalmente circula o fluido refrigerante (no caso de um trocador para refrigeração). O fluido a ser refrigerado circula ao redor da área do tubo, possuindo uma ampla área, geometricamente favorável para troca de calor.

O material usado na fabricação de trocadores de calor geralmente possui um coeficiente de condutividade térmica elevado. Sendo assim, são amplamente utilizados o cobre, o alumínio e suas ligas.

A eficiência de um trocador de calor depende principalmente:

- do material utilizado para construção;
- da característica geométrica; e
- do fluxo da temperatura e do coeficiente de condutividade térmica dos fluidos em questão.

Genericamente, para melhorar a troca de calor são colocadas aletas em toda a área da tubulação, que fazem com que o fluido se disperse em áreas menores, facilitando, assim, a troca de calor. As aletas apresentam materiais de excelente condutividade térmica. Seu uso, porém, acarreta desvantagem em relação ao aumento da queda de pressão do sistema. A maioria dos trocadores de calor utiliza tubos com geometrias que favorecem a troca de calor onde, internamente, existem aletas em sua área.

Para mais informações e complementação de estudos, consulte RICE, R. G.; DO, D. D. *Applied Mathematics and Modeling for Chemical Engineers*. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1995.

Também, confira a definição de “trocador de calor” em:

<http://pt.wikipedia.org/wiki/Trocador_de_calor>.

UNIDADE 3

Transferência de Massa

3.1 Primeiras palavras

Ao final da Unidade 3, o leitor deverá estar apto à aplicação, na prática, dos conceitos envolvendo transferência de massa, voltados à Engenharia Ambiental, com a determinação experimental dos parâmetros de transporte, bem como das variáveis importantes dos processos.

3.2 Problematizando o tema

A importância da medida do coeficiente de transferência de massa reside no fato de que em alguns casos a agitação representa a etapa controladora do processo e, portanto, esses sistemas devem ser adequadamente dimensionados para um bom desempenho do mesmo. Em certos biorreatores, a agitação e a aeração têm como finalidade promover a mistura e a transferência de massa (oxigênio) da fase gasosa para a fase líquida de forma eficiente, transferência esta que pode ser quantificada pelo coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio (<http://www.dee.ufma.br/~fsouza/anais/arquivos/7_218_251.pdf>, acesso em: 14 jul. 2010).

3.3 Medida do coeficiente de transferência de oxigênio em tanque cilíndrico (reator de mistura) aerado

3.3.1 Método do sulfito modificado

O método do sulfito modificado é uma metodologia clássica empregada na determinação do coeficiente volumétrico de transferência de massa (kLa). Baseia-se na reação de oxidação de sulfito de sódio (Na_2SO_3) em presença de cobre ou cobalto como catalisador. Uma vez que a reação de oxidação é de ordem zero, a etapa controladora do processo é a velocidade de transferência de oxigênio (N_{O_2}). Nesse método, o meio reacional é agitado e aerado por um período de tempo conhecido e, a partir da estequiometria da reação de oxidação, determinam-se as velocidades de consumo do Na_2SO_3 e do O_2 e, portanto, a velocidade de transferência de oxigênio (N_{O_2}).

Para uma dada condição de agitação (N) e aeração (Q) do volume reacional (V) de um fluido à pressão e temperatura conhecidas, é inicialmente adicionado sulfato de cobre ($CuSO_4$) como catalisador para se ter uma concentração inicial de 0,7 g/L (4,4 mM) no sistema. Após a dissolução do catalisador, adiciona-se uma determinada massa de sulfito de sódio (Na_2SO_3), de modo a se obter uma concentração inicial no sistema de 10,83 g/L (0,086 M). A concentração (C) de

oxigênio dissolvido, medida por um eletrodo acoplado ao analisador de O_2 , é registrada até todo o sulfito de sódio (Na_2SO_3) ser oxidado a sulfato (Na_2SO_4). A quantidade de Na_2SO_3 adicionada é suficiente para manter a concentração de oxigênio dissolvido em zero durante o período de tempo (Δt) necessário para o completo consumo do Na_2SO_3 . Como a velocidade de reação é muito maior que a de transferência de O_2 através da interface gás-líquido, o processo é controlado pela transferência de massa.

A velocidade de transferência de O_2 (N_{O_2}) é dada pela equação a seguir:

$$N_{O_2} = \frac{0,5CNa_2SO_3}{\Delta t}$$

em que:

- CNa_2CO_3 é a concentração molar de Na_2SO_3 adicionado ao reator;
- Δt é o tempo necessário para todo o Na_2SO_3 ser oxidado a Na_2SO_4 (tempo da reação).

O coeficiente volumétrico de transferência de O_2 (kLa) é então calculado pela seguinte equação:

$$kLa = \frac{N_{O_2}}{C^* - C}$$

em que:

- C é a concentração de O_2 na fase líquida (medida pelo eletrodo) durante a reação;
- C^* é a concentração na fase líquida em equilíbrio com a pressão parcial de O_2 na fase gasosa.

3.3.2 Método degrau na velocidade de agitação

Segundo o método degrau na velocidade de agitação, o coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio (kLa) pode ser calculado durante o cultivo de microrganismos, empregando o método proposto, que tem como princípio a aplicação de um degrau na velocidade de agitação durante o cultivo.

Assumindo que o processo é realizado em tanque agitado de mistura perfeita, o balanço para o oxigênio dissolvido na fase líquida durante um cultivo aeróbio, em batelada, é expresso pela seguinte equação:

$$\frac{dC}{dt} = kLa(C^* - C) - QO_2Cx$$

em que:

- $TTO = kLa(C^* - C)$ é a taxa de transferência de oxigênio para a fase líquida;
- $VCO = QO_2Cx$ é a velocidade de consumo de oxigênio pela população de microrganismos.

Mantendo-se o meio de cultivo sob condição de aeração e agitação constantes, pode-se assumir que se tenha um estado estacionário, denominado Período I (com vazão de ar $Q1$, velocidade de agitação $N1$, concentração de oxigênio dissolvido $C1$ e coeficiente de transferência de oxigênio $kLa1$).

Alterando-se a velocidade de agitação para $N2$ ($N2 > N1$), produz-se um estado transiente, denominado Período II. A concentração de oxigênio dissolvido varia até alcançar o valor $C2$ (novo estado estacionário; Período III). Esses Períodos II e III são caracterizados por outro valor de $kLa = kLa2$. Cada um dos três períodos pode ser descrito pelas seguintes equações:

Período I (estado estacionário):

$$\frac{dC}{dt} = 0 = kLa_1(C^* - C_1) - QO_2Cx$$

Período II (estado transiente):

$$\frac{dC}{dt} = kLa_2(C^* - C) - QO_2Cx$$

Período III (novo estado estacionário):

$$\frac{dC}{dt} = 0 = kLa_2(C^* - C_2) - QO_2Cx$$

Como hipótese, assume-se que a concentração de oxigênio dissolvido não atinja o valor crítico (abaixo do qual o metabolismo do microrganismo é alterado),

e que por pequenos intervalos de tempo a velocidade de consumo de oxigênio permaneça constante.

A partir da equação para o Período III, tem-se:

$$QO_2 Cx = kLa_2 (C^* - C_2)$$

Substituindo a equação acima na equação para o Período II, tem-se:

$$\frac{dC}{dt} = kLa_2 (C_2 - C)$$

Tal equação pode ser integrada a partir de $t = 0$, em que $C = C_1$, até $t = t$, produzindo:

$$C = C_2 - (C_2 - C_1) \exp(-kLa_2 t)$$

Definindo um adimensional de concentração dado por $(\bar{C} = \frac{C - C_1}{C_2 - C_1})$, pode-se reescrever a equação acima, obtendo-se:

$$\bar{C} = 1 - \exp(-kLa_2 t)$$

Tal equação descreve a variação da concentração de oxigênio na fase líquida. Essa equação, contudo, não considera o tempo de resposta do eletrodo utilizado nem o atraso na medida devido às características do sensor (mais precisamente, devido às características de sua membrana). Ambos os fenômenos podem ser descritos por cinéticas de primeira ordem:

$$\frac{d\bar{C}_F}{dt} = \frac{\bar{C} - \bar{C}_F}{\tau_F}$$

$$\frac{d\bar{C}_E}{dt} = \frac{\bar{C}_F - \bar{C}_E}{\tau_E}$$

em que:

- \bar{C}_E é o adimensional da concentração de oxigênio na película da membrana;

- \bar{C}_E é o adimensional da concentração de oxigênio dissolvido, lida pelo sensor;
- τ_F é o tempo de resposta na película de líquido;
- τ_E é o tempo de resposta do eletrodo.

Combinando-se as três últimas equações, tem-se a equação abaixo:

$$1 - \bar{C}_E = \frac{\left(\frac{1}{kLa}\right)^2 \exp(-kLat)}{\left(\frac{1}{kLa - \tau_F}\right)\left(\frac{1}{kLa - \tau_E}\right)} + \frac{\tau_F^2 \exp(-t/\tau_F)}{\left(\tau_F - \frac{1}{kLa}\right)(\tau_F - \tau_E)} + \frac{\tau_E^2 \exp(-t/\tau_E)}{\left(\tau_E - \frac{1}{kLa}\right)(\tau_E - \tau_F)}$$

O somatório da curva de resposta do eletrodo ($1 - \bar{C}_E$), ao longo do tempo, correspondendo à área abaixo da curva da resposta do eletrodo, é dado pela seguinte equação:

$$A_I = \frac{1}{kLa_2} + \tau_E + \tau_F$$

Os valores das constantes τ_F e τ_E são determinados a partir de ensaio de grau na concentração de oxigênio no meio reacional, mas sem a presença do microrganismo. A área abaixo a essa curva (A_{IE}) é dada pela equação a seguir:

$$A_{IE} = \tau_E + \tau_F$$

A diferença entre as áreas A_I e A_{IE} produz:

$$A_I - A_{IE} = \frac{1}{kLa_2}$$

Assim, esse método fornece um procedimento para se calcular o valor de kLa_2 após uma alteração no valor da velocidade de agitação (N2).

Ao retornar para a velocidade de agitação N1, o valor de kLa_1 pode ser obtido de maneira análoga. A partir das equações para os Períodos I e III, tem-se:

$$kLa_1 = kLa_2 \frac{C^* - C_2}{C^* - C_1}$$

3.3.3 Estudo experimental

O conjunto experimental a ser montado no laboratório deverá ser composto por um biorreator (tipo tanque agitado e aerado) e acessórios (motor, medidor/transmissor de oxigênio dissolvido, medidor de vazão mássica, medidor/transmissor de temperatura). Os sinais analógicos (4 - 20 mA) dos valores medidos pelos sensores de oxigênio dissolvido e temperatura e o módulo de controle da velocidade de agitação e medidor/controlador de vazão deverão ser transferidos ao sistema de aquisição de dados. O módulo de aquisição de dados comunicar-se-á com um computador via rede local utilizando protocolo TCP-IP. A programação deve ser feita utilizando o programa LabVIEW.

O presente experimento tem por objetivo o estudo da transferência de oxigênio em reator convencional tipo tanque agitado e aerado. Utilizando um sistema automatizado em diferentes condições de agitação (N em rpm) e de aeração (Q em $L \cdot \text{min}^{-1}$), serão obtidos valores do coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio (kLa).

O sistema experimental está ilustrado como segue:

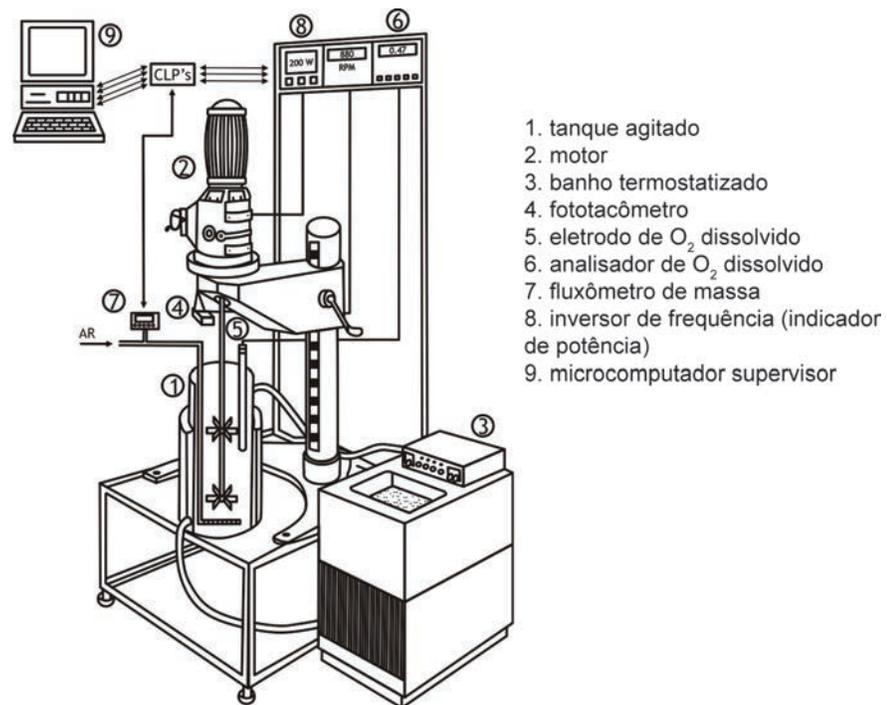


Figura 12 Conjunto experimental.

Fonte: adaptada de BADINO Jr., 2003. (Anotações de aula).

Inicialmente, 20 litros de água de torneira serão transferidos para o tanque cilíndrico.

Para cada condição de agitação (N em rpm) e de aeração (Q em $L \cdot \text{min}^{-1}$), serão determinados valores do coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio (kLa).

A frequência de rotação do eixo do agitador (N) será medida por meio de um fototacômetro digital e a vazão volumétrica de alimentação de ar (Q) será monitorada por um fluxômetro de massa. A temperatura será medida por meio de termorresistor PT-100 e a concentração de oxigênio dissolvido no tanque, por meio de um conjunto eletrodo-analisador de oxigênio.

Todos os sinais dos sensores visualizados nos painéis de indicação digital são convertidos para sinais analógicos de 4 - 20 mA e transmitidos ao sistema de controle digital. Os sinais dessas variáveis são monitorados e controlados por um computador supervisor em comunicação em rede com um sistema de Controladores Lógicos Programáveis (CLPs).

Determinação do Coeficiente Volumétrico de Transferência de O_2 (kLa):

Inicialmente, deve-se executar a calibração do analisador de O_2 dissolvido. Para calibrá-lo e ajustar a faixa de medida da concentração de O_2 dissolvido (C) pelo eletrodo (em ppm ou $mg \cdot L^{-1}$), deve-se proceder da seguinte forma:

1. Para o ajuste do valor “zero” em ppm, o eletrodo será mergulhado numa solução de Na_2SO_3 0,15 M, permanecendo por 15 minutos até a estabilidade da medida do eletrodo ($C = 0 \text{ mg} \cdot L^{-1}$).
2. Analogamente, para o ajuste do fundo de escala (valor máximo), o eletrodo deverá ser mergulhado no tanque saturado de O_2 do ar por 15 minutos.

A metodologia proposta para determinação de kLa pelo método do sulfito modificado é descrita como segue: para uma dada condição de agitação (N) e aeração (Q) de um volume (V) conhecido de um fluido (20 litros), à pressão e temperatura conhecidas, é inicialmente adicionada ao tanque uma massa de sulfato de cobre ($CuSO_4$), que atua como catalisador, de modo a se obter uma concentração de 0,7 g/L (4,4 mM) no sistema. Após a dissolução do catalisador no sistema, adiciona-se uma determinada massa de sulfito de sódio (Na_2SO_3) no tanque, de modo a se obter uma concentração inicial de 8,83 g/L (0,07 M) no sistema. A concentração de oxigênio dissolvido (C), medida por um eletrodo acoplado a um analisador de O_2 , é registrada até todo o sulfito de sódio (Na_2SO_3) ser oxidado a sulfato (Na_2SO_4).

A quantidade de Na_2SO_3 adicionada é suficiente para manter a concentração de O_2 dissolvido em baixos níveis durante o período de tempo (Δt) necessário para o completo consumo do Na_2SO_3 . Nessas condições, a velocidade de reação é muito maior que a de transferência de O_2 através da interface gás-líquido, sendo o processo controlado pela transferência de massa.

A velocidade de transferência de O_2 (N_{O_2}) é dada por:

$$N_{\text{O}_2} = \frac{0,5C\text{Na}_2\text{SO}_3}{\Delta t}$$

em que:

Δt é o tempo necessário para todo o Na_2SO_3 ser oxidado a Na_2SO_4 , ou seja, o tempo da reação.

O coeficiente volumétrico de transferência de O_2 (kLa) é calculado pela seguinte equação:

$$kLa = \frac{N_{\text{O}_2}}{C^* - C}$$

em que:

C é a concentração de O_2 na fase líquida (medida pelo eletrodo) durante a reação, e C^* é a concentração de saturação de O_2 na fase líquida ou a concentração na fase líquida em equilíbrio com a pressão parcial de O_2 na fase gasosa.

Este último experimento aqui considerado já foi implementado como um Weblab no Laboratório Didático do DEQ/UFSCar e, dessa forma, serve como exemplo do sucesso da operação remota de experimentos via Internet:

A interface para visualização do experimento no computador foi programada utilizando o programa LabVIEW (*National Instruments*, versão 7.0). Na construção das telas do sistema buscou-se reproduzir um ambiente amigável com o usuário.

A Figura 13 apresenta a primeira tela do experimento de determinação de kLa pelo método sulfito modificado. Nessa primeira tela o usuário visualiza uma breve descrição do método experimental e preenche os campos referentes a:

- nome para o arquivo onde os dados serão armazenados no formato texto (arquivo ASCII);
- intervalo de aquisição das medidas (0,5 s, 1 s, 5 s, 10 s, 30 s, 60 s);
- condições experimentais (velocidade de agitação e vazão de ar).

Após o preenchimento desses campos, o usuário deve clicar no botão <OK1>, que ajusta as condições adotadas no sistema e produz a mudança de cor da barra

de status à direita deste botão (de vermelho para laranja).² A partir desse momento, o usuário não tem mais permissão para realizar alterações nas condições experimentais. Ele ficará aguardando que um operador (técnico de laboratório) adicione os reagentes (sulfato de cobre e sulfito de sódio) e clique novamente no mesmo botão, agora denominado de <OK2>, como mostra a Figura 14.



Figura 13 Primeira tela apresentada ao usuário.

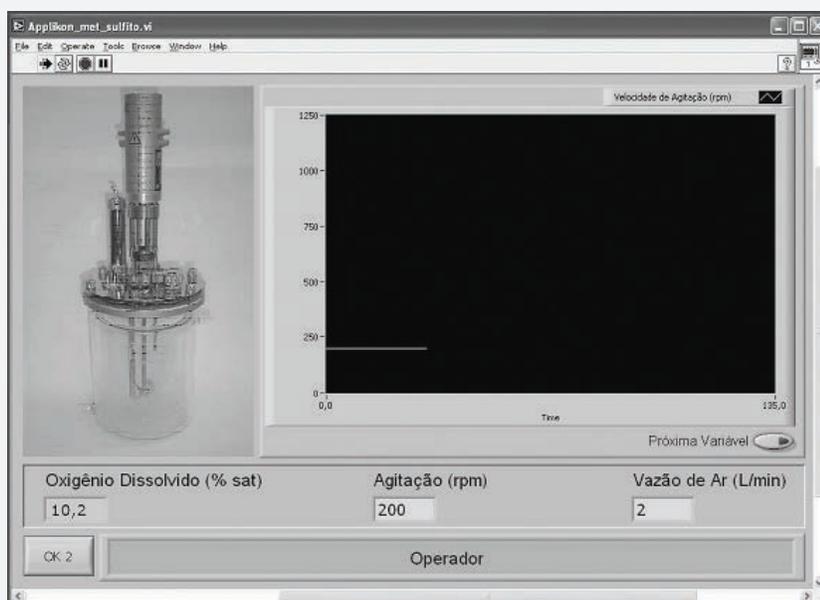


Figura 14 Segunda tela apresentada ao usuário.

Após a adição do catalisador e do reagente, o operador (técnico de laboratório) clica no botão <OK2> e o experimento tem início (Figura 15). Nesse momento a barra de *status* altera sua cor de laranja para verde:

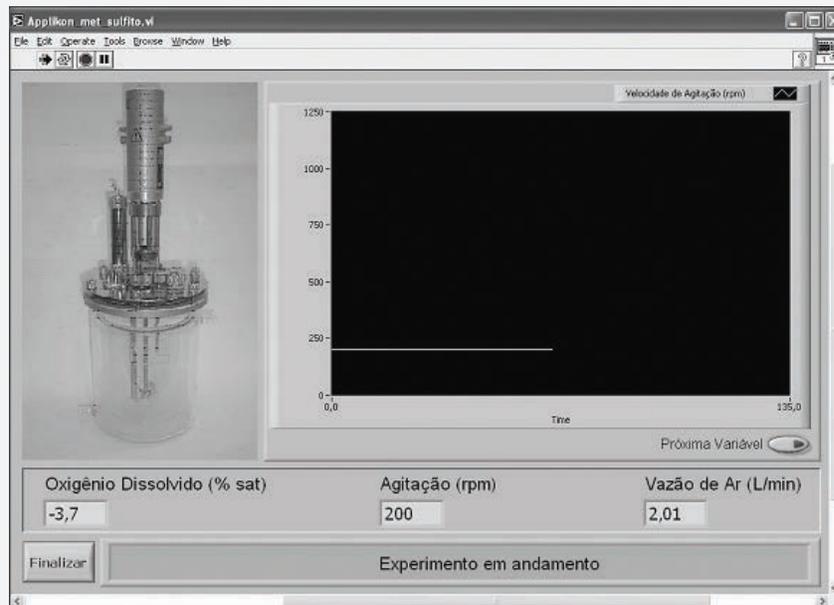


Figura 15 Terceira tela implementada no LabVIEW.

A Figura 16 mostra a primeira tela do experimento de determinação de k_La pelo método degrau na velocidade de agitação. Novamente, na primeira tela o usuário visualiza uma breve descrição do método experimental e preenche os campos referentes a:

- nome para o arquivo onde os dados serão armazenados (arquivo ASCII);
- intervalo de aquisição das medidas (0,5 s, 1 s, 5 s, 10 s, 30 s, 60 s);
- condições experimentais (velocidade de agitação e vazão de ar).

2 As figuras que vão de 13 a 18, aqui apresentadas em preto e branco, não permitem a visualização de mudança de cores. Todavia, no sistema real, a tela colorida do supervisor assim o permite.



Figura 16 Primeira tela do experimento de determinação de kLa pelo método degrau na velocidade de agitação.

Após o preenchimento desses campos, o usuário deve clicar no botão <OK1>, que ajusta as condições adotadas no sistema e produz a mudança de cor da barra de status à direita deste botão (de vermelho para amarelo). Ele ficará aguardando que um operador (técnico de laboratório) insira o inóculo no biorreator (adição de 10% do volume contendo levedura de panificação, *Saccharomyces cerevisiae*) e clique novamente no mesmo botão, agora denominado de <OK2>, como mostra a Figura 17.

Após a inoculação do biorreator com a levedura, o técnico clica no botão <OK2> e surge a tela 3 (Figura 18). A partir desse momento, o controle do experimento retorna ao usuário, que realizará alterações nas variáveis operacionais (velocidade de agitação e vazão de ar) de forma a obter os dados experimentais.

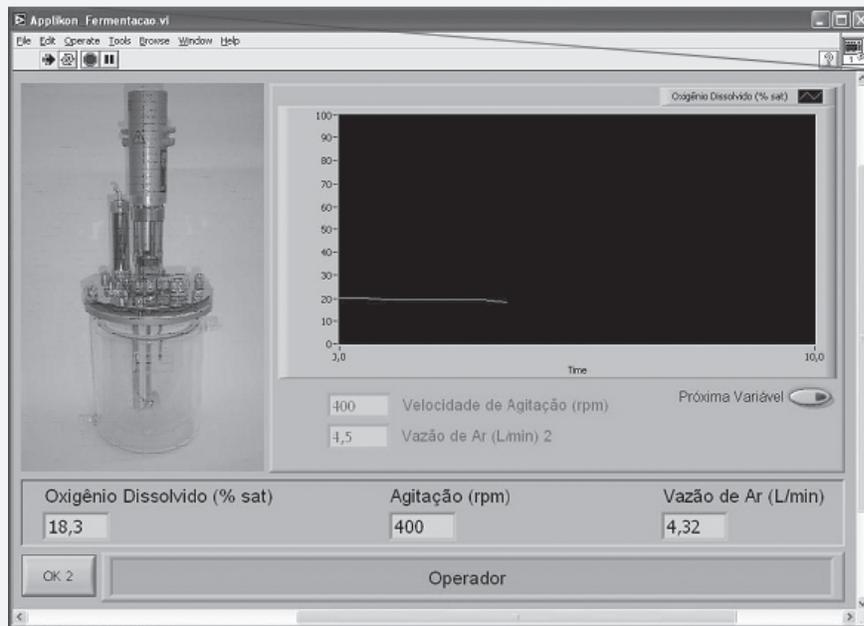


Figura 17 Segunda tela implementada.

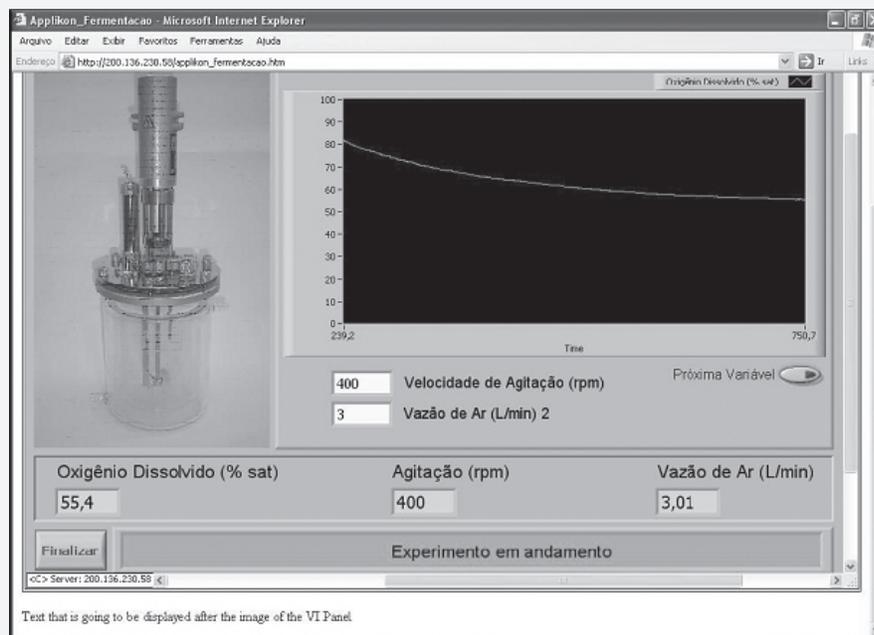


Figura 18 Terceira tela do experimento de determinação de k_La pelo método degrau na velocidade de agitação.

Fonte: adaptada de <http://www.dee.ufma.br/~fsouza/anais/arquivos/7_218_251.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2010.

3.4 Considerações finais

A importância da medida do coeficiente de transferência de massa reside no fato de que em alguns casos a agitação representa a etapa controladora do processo e, portanto, esses sistemas devem ser adequadamente dimensionados para levar a um bom desempenho do mesmo. Em certos biorreatores, a agitação e a aeração têm como finalidade promover a mistura e transferência de massa (oxigênio) da fase gasosa para a fase líquida de forma eficiente, transferência esta que pode ser quantificada pelo coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio (kLa).

O método do sulfito modificado é uma metodologia clássica empregada na determinação do coeficiente volumétrico de transferência de massa (kLa). Baseia-se na reação de oxidação de sulfito de sódio (Na_2SO_3) em presença de cobre ou cobalto como catalisador. Como a reação de oxidação é de ordem zero, a etapa controladora do processo é a velocidade de transferência de oxigênio (N_{O_2}).

Foi proposto um experimento que tem por objetivo o estudo da transferência de oxigênio em reator convencional tipo tanque agitado e aerado. Utilizando-se um sistema automatizado, em diferentes condições de agitação e de aeração, podem ser obtidos valores do coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio (kLa).

3.5 Estudos complementares

O ferramental até aqui desenvolvido pode estimular o estudo e o desenvolvimento de modelos matemáticos em conjunto com experimentos físicos e químicos da área de processos químicos, a partir de comparações entre soluções numéricas (simulações) e práticas experimentais da área ambiental.

Os modelos matemáticos foram originalmente desenvolvidos como ferramentas de solução de problemas. No entanto, além das suas utilidades na remediação de situações como, por exemplo, de poluição, eles também possuem a função de permitir visualizar o sistema como um todo. Em essência, um modelo matemático é uma ferramenta usada para integrar as diversas informações biológicas, físicas e químicas que constituem os sistemas na sua complexidade.

O conhecimento e o entendimento do ambiente são pré-requisitos para o desenvolvimento efetivo de qualquer modelo fenomenológico. Esse entendimento é adquirido inicialmente de forma empírica, isto é, por observação e experimentação.

Diante desse contexto sugere-se, na sequência, um conjunto de experimentos direcionados para o estudo e o desenvolvimento de modelos matemáticos

comparando soluções numéricas com resultados obtidos a partir de experimentos da área de processos químicos. Nesses experimentos poderão ser observados, em escala reduzida, fenômenos de transferência de movimento, de massa e de calor e também de conversão química.

Ter-se-á a oportunidade de formular modelos matemáticos para um sistema real, no caso, um sistema hídrico, e comparar os resultados com atividades experimentais laboratoriais.

1. Estudo da dinâmica de poluente conservativo em reator de mistura completa:

Nesse experimento, pode ser analisado (em um modelo reduzido) o processo de diluição de um poluente conservativo em um pequeno lago. Uma vazão F de água, proveniente da torneira da bancada de um laboratório, alimenta um frasco de volume V , do qual transborda à mesma vazão F .

A água da torneira tem uma pequena concentração de sal (NaCl). Se nada acontecer no interior do frasco, a concentração de sal, C_2 , na saída, deverá ser igual a C_1 .

Uma pequena quantidade de água com uma elevada concentração de sal é adicionada instantaneamente à água do frasco. Pouco depois, essa perturbação já se dissipou e a agitação causada pelo jato de água da torneira torna a mistura homogênea em todo frasco (C deverá ser igual a C_2). A concentração de sal do interior do frasco é registrada, em função do tempo, com o uso de um sensor de condutividade elétrica.

2. Estudo da dinâmica de poluente térmico em reator de mistura completa:

A mesma estrutura física do experimento anterior poderá ser usada. Entretanto, nesse experimento, o pequeno lago está em equilíbrio térmico com o meio ambiente, à temperatura T_a . O lago recebe uma carga térmica que eleva sua temperatura a T_o . A superfície do lago, através da qual há troca de calor Q com a atmosfera, tem área superficial igual a S . A diminuição da temperatura com o tempo é registrada por um sensor.

3. Esvaziamento de um tanque com área superficial constante:

Nesse experimento é possível examinar o esvaziamento de um tanque prismático de água (fluido incompressível) através de um pequeno orifício circular com borda fina, localizado no fundo do recipiente. A contagem do tempo se inicia quando o nível da água está em h_o ; o nível final é $h = 0$; $h(t)$ é o nível da água no instante genérico t . A posição h é registrada com o uso de um sensor de posição.

4. Esvaziamento de um tanque com área superficial variável:

Nesse experimento é introduzida apenas uma modificação com relação ao experimento anterior: agora, o recipiente terá forma variável. É estudado o esvaziamento de um tanque em que a área superficial varia linearmente com a cota h (altura do tanque). A nova forma é proveniente da inserção de duas cunhas no mesmo recipiente utilizado anteriormente.

5. Enchimento de um tanque sujeito a descarga concomitante:

Utiliza-se, nesse experimento, um reator inicialmente vazio (água até o nível $h = 0$), com o orifício de saída aberto. No instante $t = 0$ uma vazão de água F_1 , mantida constante, passa a ser introduzida no reator. Com a elevação do nível de água no reator, surge e cresce com o passar do tempo uma vazão F_2 de descarga variável com o tempo.

A profundidade h aumenta rapidamente no início ($F_2 \ll F_1$), mas tende para um valor final de equilíbrio, atingido quando o regime permanente é alcançado. Nessa condição final de regime permanente, $F_2 = F_1$. Estudam-se situações de regime permanente e transiente.

6. Aquecimento de um sistema até o equilíbrio com o ambiente:

Nesse experimento, um cilindro de alumínio está inicialmente à mesma temperatura do ar ambiente, T_a . Ele é então colocado em contato com uma placa horizontal, a uma temperatura T_s maior que T_a .

Registra-se a evolução temporal da temperatura $T(t)$ do cilindro. A temperatura T aumenta rapidamente no início, mas tende a um valor final de equilíbrio, atingido quando o regime permanente é alcançado, aqui denominado T_f . A contabilidade de energia térmica no regime permanente garante que $T_a < T_f < T_s$, condições necessárias para que continue ocorrendo transporte de calor da placa para o cilindro e deste para o ar.

7. Desoxigenação por *stripping*:

Nesse experimento, pode ser estudado o processo de desoxigenação de um volume V de água, contido em um recipiente, sujeito ao borbulhamento subsuperficial de um outro gás, por exemplo, o nitrogênio. No início, a concentração de nitrogênio no interior de uma bolha é de 100%. Fora da bolha há oxigênio dissolvido na água; essa diferença de potencial faz com que o oxigênio seja transferido da água para o interior da bolha, enquanto esta sobe até à superfície. A diminuição da concentração de oxigênio dissolvido com o tempo é registrada por um sensor.

8. Reoxigenação Superficial:

O equipamento usado no experimento anterior, contendo água previamente desoxigenada, é colocado sobre um agitador magnético que promove a movimentação da água, de forma a garantir um processo de reoxigenação superficial relativamente rápido, e também manter uniforme a concentração C do oxigênio dissolvido em todo o volume de água, permitindo que se considere a concentração como função transiente do tempo, $C = C(t)$.

9. Esvaziamento de um fluido compressível:

Nesse experimento, pode ser estudado o transiente representado pelo esvaziamento de um gás contido em um reservatório de volume constante. O gás escoava para a atmosfera através de um orifício de diâmetro muito pequeno. A pressão, no interior do reservatório, inicialmente alta, diminui progressivamente até equilibrar-se com a pressão atmosférica. A diminuição da pressão, com o tempo, é registrada por um sensor.

REFERÊNCIAS

BADINO Jr., A. C. *Agitação e aeração em tanque cilíndrico automatizado*. Anotações de aula. INCROPERA, F. I.; DEWITT, D. P. *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

CRUZ, A. J. G. et al. WebLabs em Engenharia Química: desenvolvimento, implementação e operação remota de experimentos de transferência de massa via Internet. In: Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 34., 2006, Passo Fundo. Anais do XXIV COBENGE, 34, 2006. v. 1. p. 7.101-7.113. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2006. p. 7.100 – 7.133. Disponível em: <http://www.dee.ufma.br/~fsouza/anais/arquivos/7_218_251.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2010.

ESCOLA DA VIDA. Experiência Tubo de Pitot. Iniciativa: Raimundo Ferreira Ignácio. Apresenta fundamentos teóricos e procedimento experimental para Tubos de Pitot. Disponível em: <http://escoladavida.eng.br/mecflubasica/tubo_pitot.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2010.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Escola Politécnica. Tubo de Pitot. Apresenta, para Tubos de Pitot, fundamentação teórica e procedimento experimental. Disponível em: <<http://www.poli.usp.br/d/pme2333/Arquivos/Experiencia%20Tubo%20de%2-Pitot.pdf>>. Acesso em: 14. Jul. 2010.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS. Faculdade de Engenharia Química. Módulo 3 – Transferência de calor em regime permanente em uma aleta. Apresenta os fundamentos teóricos para transferência de calor em aletas. Disponível em: <<http://www.feq.unicamp.br/~nunhez/download/eq502/modulo03.doc>>. Acesso em: 14 jul. 2010.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS. Departamento de Engenharia. Aula prática 6 – Hidrometria (Medição de Vazão). Apresenta métodos para medição de vazão em condutos livres. Disponível em: <http://www.deg.ufla.br/setores/engenharia_agua_solo/disciplinas/eng_187/aulas%20praticas/6.pdf>. Acesso em: 05 jul. 2010.

RICE, R. G.; DO, D. D. *Applied Mathematics and Modeling for Chemical Engineers*. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1995.

WIKIPÉDIA. *Trocador de calor*. Discorre a respeito de trocadores de calor. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Trocador_de_calor>. Acesso em: 05 jul. 2010.

ANEXOS

ANEXO 1

Programa em linguagem Fortran (e arquivo de dados associado), no qual está implementada a rotina Runge-Kutta para a solução de equações diferenciais ordinárias. A equação diferencial ordinária para o problema em questão é o balanço material para os microrganismos num sistema de lodo ativado.

```
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
CHARACTER*12 ENT,SAI
      PARAMETER(N=10)
      COMMON/CIN/CK,CA0,TAL,r,ZFINAL
      DIMENSION Y(N),PRMT(5),DY(N)
      PRINT*,'Nome do arquivo de dados'
      READ(*,10) ENT
10    FORMAT(A)
      WRITE(*,*) ' NOME DO ARQUIVO DE RESULTADOS '
      READ(*,10) SAI
      OPEN (UNIT=1,FILE=ENT,STATUS='OLD')
      OPEN (UNIT=2,FILE=SAI,STATUS='NEW')
      READ(1,*)NE,(PRMT(I),I=1,4)
      READ(1,*)(Y(I),I=1,NE),ZFINAL
      HIMP=PRMT(2)
50    CONTINUE
      DO 57 I=1,NE
57    DY(I)=1.D0/DFLOAT(NE)
      CALL RKGS(PRMT,Y,DY,NE,IHLF)
      PRMT(1)=PRMT(2)
      PRMT(2)=PRMT(2)+HIMP
      IF(PRMT(2).LE.ZFINAL+HIMP) GO TO 50
      STOP
      END
      SUBROUTINE FCT(X,Y,DY)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON/CIN/CK,CA0,TAL,r,ZFINAL
      PARAMETER(N=10)
      DIMENSION Y(N),DY(N)

      DY(1)=(0.7*1.5)-((0.7*0.3225)/0.25)-Y(1)/10.0
      X=X
      RETURN
```

```

        END
        SUBROUTINE OUTP(X,Y,NE)
            IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
        PARAMETER(N=10)
            DIMENSION Y(N)
100 FORMAT (1X,D15.5,1X,4D18.9)
        WRITE (*,100)X,(Y(I),I=1,NE)
        WRITE (2,100)X,(Y(I),I=1,NE)
            RETURN
        END
        SUBROUTINE RKGS(PRMT,Y,DERY,NDIM,IHLF)
            IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
            COMMON/CIN/CK,CA0,TAL,r,ZFINAL
            DIMENSION Y(4),DERY(4),AUX(8,11),A(4),B(4),C(4),PRMT(5)
            DO 1 I=1,NDIM
1 AUX(8,1)=0.06666667D0*DERY(I)
            X=PRMT(1)
                XEND=PRMT(2)
                H=PRMT(3)
                PRMT(5)=0.D0
                DO 41 IJ=1,NDIM
41 IF(Y(IJ).LT.0.D0) Y(IJ)=0.D0
                CALL FCT(X,Y,DERY)
                CALL OUTP(X,Y,NDIM)
                IF(DABS(X-ZFINAL).LT.DABS(XEND-X))RETURN
                IF(H*(XEND-X)38,37,2
2 A(1)=0.5D0
                A(2)=0.2928932D0
                    A(3)=1.707107D0
                    A(4)=0.1666667D0
                    B(1)=2.D0
                    B(2)=1.D0
                    B(3)=1.D0
                    B(4)=2.D0
                    C(1)=0.5D0
                    C(2)=0.2928932D0
                    C(3)=1.707107D0
                    C(4)=0.5D0
                    DO 3 I=1,NDIM
                        AUX(1,I)=Y(I)
                        AUX(2,I)=DERY(I)

```

```

        AUX(3,I)=0.D0
3  AUX(6,I)=0.D0
    IREC=0
        H=H+H
        IHLF=-1
        ISTEP=0
        IEND=0
4  IF((X+H-XEND)*H)7,6,5
5  H=XEND-X
6  IEND=1
7  IF((PRMT(5)))40,8,40
8  ITEST=0
9  ISTEP=ISTEP+1
    J=1
10 AJ=A(J)
    BJ=B(J)
        CJ=C(J)
        DO 11 I=1,NDIM
            R1=H*DERY(I)
            R2=AJ*(R1-BJ*AUX(6,I))
            Y(I)=Y(I)+R2
            R2=R2+R2+R2
11  AUX(6,I)=AUX(6,I)+R2-CJ*R1
    IF(J-4)12,15,15
12 J=J+1
    IF(J-3)13,14,13
13 X=X+.5D0*H
14 CALL FCT(X,Y,DERY)
    GO TO 10
15 IF(ITEST)16,16,20
16 DO 17 I=1,NDIM
17  AUX(4,I)=Y(I)
    ITEST=1
        ISTEP=ISTEP+ISTEP-2
18 IHLF=IHLF+1
    X=X-H
        H=0.5D0*H
        DO 19 I=1,NDIM
            Y(I)=AUX(1,I)
            DERY(I)=AUX(2,I)
19  AUX(6,I)=AUX(3,I)

```

```

GO TO 9
20 IMOD=ISTEP/2
   IF(ISTEP-IMOD-IMOD)21,23,21
21 CALL FCT (X,Y,DERY)
   DO 22 I=1,NDIM
       AUX(5,I)=Y(I)
22 AUX(7,I)=DERY(I)
   GO TO 9
23 DELT=0.D0
   DO 24 I=1,NDIM
24 DELT=DELT+AUX(8,I)*ABS(AUX(4,I)-Y(I))
   IF(DELT-PRMT(4))28,28,25
25 IF(IHLF-10)26,36,36
26 DO 27 I=1,NDIM
27 AUX(4,I)=AUX(5,I)
   ISTEP=ISTEP+ISTEP-4
   X=X-H
   IEND=0
   GO TO 18
28 CALL FCT(X,Y,DERY)
   DO 29 I=1,NDIM
       AUX(1,I)=Y(I)
       AUX(2,I)=DERY(I)
       AUX(3,I)=AUX(6,I)
       Y(I)=AUX(5,I)
29 DERY(I)=AUX(7,I)
   IF((PRMT(5)))40,30,40
30 DO 31 I=1,NDIM
   Y(I)=AUX(1,I)
31 DERY(I)=AUX(2,I)
   IREC=IHLF
   IF(IEND)32,32,40
32 IHLF=IHLF-1
   ISTEP=ISTEP/2
   H=H+H
   IF(IHLF)4,33,33
33 IMOD=ISTEP/2
   IF(ISTEP-IMOD-IMOD)4,34,4
34 IF(DELT-0.02D0*PRMT(4))35,35,4
35 IHLF=IHLF-1
   ISTEP=ISTEP/2

```

```
H=H+H
GO TO 4
36 IHLF=11
CALL FCT(X,Y,DERY)
GO TO 39
37 IHLF=12
GO TO 39
38 IHLF=13
39 CONTINUE
40 RETURN
END
```

(arquivo de dados associado)

```
1
0. 0.1 0.00001 0.0000001
0.3 50.0
```


ANEXO 2

Programa em linguagem Fortran (com leitura dos dados através do teclado) para a obtenção do perfil simulado de temperatura em uma aleta (com características semelhantes às de uma das aletas consideradas experimentalmente), pela resolução numérica da equação diferencial da energia para a superfície estendida.

```
$DEBUG
C
C
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
CHARACTER*20 SAI
    ALLOCATABLE A(:),B(:),C(:),R(:),T(:),X(:),YA(:)
WRITE(*,*) 'ENTRE COM O NOME DO ARQUIVO DE RESULTADOS'
READ(*,1) SAI
1 FORMAT(A)
C
OPEN(UNIT=9,FILE=SAI,STATUS='UNKNOWN')
C
*****
* LEITURA DOS PARAMETROS
*****
WRITE(*,*) 'QUAL E O NUMERO DE PONTOS DA MALHA ?'
    WRITE(*,*) 'ENTRE COM NUMEROS IMPARES SOMENTE'
    READ(*,*) NP
    WRITE(*,*) 'QUAL O VALOR DO COEF. DE TRANSF. DE CALOR , h
?'
READ(*,*) H
    WRITE(*,*) 'QUAL O VALOR DO DIAMETRO DA ALETA ?'
READ(*,*) D
    WRITE(*,*) 'QUAL O COMPRIMENTO DA ALETA ?'
    READ(*,*) AL
    WRITE(*,*) 'QUAL O VALOR DA CONDUTIVIDADE TERMICA DA ALETA
?'
READ(*,*) AK
    WRITE(*,*) 'QUAL O VALOR DA TEMPERATURA DA BASE DA ALETA
?'
READ(*,*) T0
    WRITE(*,*) 'QUAL O VALOR DA TEMPERATURA AMBIENTE ?'
```

```

READ(*,*) TINF
*****
* ALOCANDO A DIMENSAO DOS VETORES
      ALLOCATE(A(NP),B(NP),C(NP),R(NP),T(NP),X(NP),YA(NP))
*****
* CALCULO DO PARAMETRO M*2
      AM=4.0D0*H/(AK*D)

*****
* GERACAO DO PONTOS INTERNOS DA MALHA

      DELTAX=AL/(DFLOAT(NP-1))
      DO 10 I=1,NP
            X(I)=DFLOAT(I-1)*DELTAX
      10 CONTINUE
*****
* MONTAGEM DOS COEFICIENTES RELATIVOS AOS PONTOS INTERNOS
* DA MATRIZ TRIDIAGONAL
*****
      DO 20 I=2,NP-1
            A(I)=1.D0
            B(I)=- (2.0D0+AM*DELTAX**2.0)
            C(I)=1.D0
            R(I)=-DELTAX**2.0*AM*TINF
      20 CONTINUE
*****
* MONTAGEM DOS COEFICIENTES DA MATRIZ TRIDIAGONAL
* REFERENTES AS CONDICAOES DE CONTORNO
*****
      A(1)=0.D0
      B(1)=1.D0
      C(1)=0.D0
      R(1)=T0
      A(NP)=2.0D0
            B(NP)=- (2.0D0+AM*DELTAX**2.0)
            C(NP)=0.0
      R(NP)=-DELTAX**2.0*AM*TINF
      CALL TRIDAG(A,B,C,R,T,NP)
      WRITE(*,*) ' NUMERO POSICAO Y NUMERICO Y ANALITICO '
      WRITE(9,*) ' NUMERO POSICAO Y NUMERICO Y ANALITICO '
            AM2=DSQRT(AM)

```

```

DO 120 I=2,NP
YA(I)=(T0-TINF)*(DCOSH(AM2*(X(I)-1.D0)))/DCOSH(AM2)+TINF
120 CONTINUE
YA(1)=T0
*****
* IMPRESSAO DOS RESULTADOS
*****
DO 110 KK=1,NP
WRITE(*,90) KK,X(KK),T(KK),YA(KK)
WRITE(9,90) KK,X(KK),T(KK),YA(KK)
110 CONTINUE
90 FORMAT(2X,I7,3X,F7.2,6X,F10.5,3X,F10.5)
100 FORMAT(2X,F10.5,3X,F10.5)
STOP
END
*****
* Subrotina TRIDAG
* PRESS,W.H. et alli- Numerical Recipes - The
* Art of Scientific Computing.
*****
c
c Resolve para um vetor U de dimensao N o conjunto de equacoes
c lineares .
c
c      | b(1) c(1) 0 ...      | |u(1)| |r(1)|
c      | a(2) b(2) c(2) ...  | *|u(2)|=|r(2)|
c | ... a(n-1) b(n-1) c(n-1) | |... | |... |
c      | ... 0 a(n)      b(n) | |u(n)| |r(n)|
c
c      A, B, C e R sao vetores de entrada e nao sao modificados
c
SUBROUTINE TRIDAG(A,B,C,R,U,N)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION GAM(N),A(N),B(N),C(N),R(N),U(N)
IF(B(1).EQ.0.D0) PAUSE
BET=B(1)
U(1)=R(1)/BET
DO 10 J=2,N
GAM(J)=C(J-1)/BET
BET=B(J)-A(J)*GAM(J)
IF(BET.EQ.0.D0) PAUSE

```

```
U(J)=(R(J)-A(J)*U(J-1))/BET
10 CONTINUE
DO 20 J=N-1,1,-1
U(J)=U(J)-GAM(J+1)*U(J+1)
20 CONTINUE
RETURN
END
```

ANEXO 3

Programa em linguagem Fortran (e arquivo de dados associado) para simulação do transiente de temperatura em aletas.

```
DEBUG
C
C   Aleta com ponta isolada no estado transiente (Metodo das
Linhas)
C
C
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      CHARACTER*20 ENT, SAI
      DIMENSION PRMT(5), Y(100), DY(100)
      COMMON/A1/F,AKAPA,T0,TINF,DELTAX
      COMMON/A2/AK,D,RO,CP
      WRITE(*,*)'ENTRE COM O NOME DO ARQUIVO DE ENTRADA DE
DADOS'
      READ(*,1) ENT
      WRITE(*,*)'ENTRE COM O NOME DO ARQUIVO DE SAIDA DE DADOS'
      READ(*,1) SAI
1  FORMAT(A)
      OPEN(UNIT=1,FILE=ENT,STATUS='OLD')
      OPEN(UNIT=2,FILE=SAI,STATUS='UNKNOWN')
      READ(1,*) (PRMT(I),I=1,4)
      READ(1,*) TFINAL
      READ(1,*) N
      READ(1,*) (Y(I),I=1,N)
      READ(1,*) D, AL
      READ(1,*) H, AK
      READ(1,*) T0, TINF
      READ(1,*) RO, CP
      AKAPA=4.0D0*H*D/AK
      F=D**2.0D0/AL**2.0D0
      DELTAX=1.0D0/DFLOAT(N-1)
      HIMP=PRMT(2)
      WRITE(*,*)'TEMPO TEMPERATURAS'
      WRITE(2,*)'TEMPO TEMPERATURAS'
      DO WHILE(PRMT(2).LE.(TFINAL+HIMP))
      DO I = 1,N
```

```

        DY(I) = 1.D0/DFLOAT(N)
        ENDDO
        CALL RKGS (PRMT,Y,DY,N,IHLF)
        PRMT(1)=PRMT(2)
        PRMT(2)=PRMT(2) + HIMP
        ENDDO
        STOP
        END
C
C
        SUBROUTINE OUTP(X,Y,N)
        IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
        DIMENSION Y(N)
        COMMON/A1/F,AKAPA,T0,TINF,DELTAX
        COMMON/A2/AK,D,RO,CP

        TEMPO=X*D**2.0D0*RO*CP/AK

        WRITE(*,10)
        WRITE(*,10)TEMPO,(Y(I)*(T0-TINF)+TINF,I=1,N)
        WRITE(2,10)
        WRITE(2,10)TEMPO,(Y(I)*(T0-TINF)+TINF,I=1,N)
10 FORMAT(1X,F7.1,5X,100F6.2)

        RETURN
        END
C
C      SOLUCAO DE EDOS PELO METODO DE Runge-Kutta 4a ORDEM
C
C PRMT(1) = T INICIAL
C PRMT(2) = INTERVALO DE IMPRESSAO (HIMP)
C PRMT(3) = PASSO DE INTEGRACAO INICIAL (H)
C PRMT(4) = TOLERANCIA PARA ALTERACAO DO PASSO DE INTEGRACAO
        SUBROUTINE FCT(X,Y,DY,N)
        IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
        DIMENSION Y(N),DY(N)
        COMMON/A1/F,AKAPA,T0,TINF,DELTAX
C
C      O USUARIO DEVERA INSERIR AQUI A EQUACAO DIFERENCIAL
ORDINARIA DA FORMA:
C

```

```

DY(1)=0.0
  DO I=2,N-1
    DY(I)=F*((Y(I-1)-2.0D0*Y(I)+Y(I+1))/DELTAX**2.0D0) -
AKAPA*Y(I)
  ENDDO
  DY(N)=F*((2.0D0*Y(N-1)-2.0D0*Y(N))/DELTAX**2.0D0) -
AKAPA*Y(N)
  X=X
  RETURN
END

C
C
C
SUBROUTINE RKGS (PRMT,Y,DERY,NDIM,IHLF)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON/CIN/TFINAL
DIMENSION Y(NDIM),DERY(NDIM),AUX(8,NDIM),A(4),B(4),C(4),PR
MT(5)
  Data A / 0.5D0,0.2928932D0,1.707107D0,0.1666667D0 /
  Data B / 2.D0,1.D0,1.D0,2.D0 /
  Data C / 0.5D0,0.2928932D0,1.707107D0,0.5D0 /
DO 1 I=1,NDIM
1 AUX(8,I)=0.06666667D0*DERY(I)
X=PRMT(1)
XEND=PRMT(2)
H=PRMT(3)
PRMT(5)=0.D0
C
DO 41 IJ=1,NDIM
41 IF(Y(IJ).LT.0.D0) Y(IJ)=0.D0
C
CALL FCT(X,Y,DERY,NDIM)
CALL OUTP(X,Y,NDIM)
IF(DABS(X-TFINAL).LT.DABS(XEND-X))RETURN
IF(H*(XEND-X))38,37,2
2 DO 3 I=1,NDIM
AUX(1,I)=Y(I)
AUX(2,I)=DERY(I)
AUX(3,I)=0.D0
3 AUX(6,I)=0.D0
IREC=0

```

```

H=H+H
IHLF=-1
ISTEP=0
IEND=0
4 IF((X+H-XEND)*H)7,6,5
5 H=XEND-X
6 IEND=1
7 IF(JFIX(PRMT(5)))40,8,40
8 ITEST=0
9 ISTEP=ISTEP+1
J=1
10 AJ=A(J)
BJ=B(J)
CJ=C(J)
DO 11 I=1,NDIM
R1=H*DERY(I)
R2=AJ*(R1-BJ*AUX(6,I))
Y(I)=Y(I)+R2
R2=R2+R2+R2
11 AUX(6,I)=AUX(6,I)+R2-CJ*R1
IF(J-4)12,15,15
12 J=J+1
IF(J-3)13,14,13
13 X=X+.5D0*H
14 CALL FCT(X,Y,DERY,NDIM)
GO TO 10
15 IF(ITEST)16,16,20
16 DO 17 I=1,NDIM
17 AUX(4,I)=Y(I)
ITEST=1
ISTEP=ISTEP+ISTEP-2
18 IHLF=IHLF+1
X=X-H
H=0.5D0*H
DO 19 I=1,NDIM
Y(I)=AUX(1,I)
DERY(I)=AUX(2,I)
19 AUX(6,I)=AUX(3,I)
GO TO 9
20 IMOD=ISTEP/2
IF(ISTEP-IMOD-IMOD)21,23,21

```

```

21 CALL FCT(X,Y,DERY,NDIM)
DO 22 I=1,NDIM
AUX(5,I)=Y(I)
22 AUX(7,I)=DERY(I)
GO TO 9
23 DELT=0.D0
DO 24 I=1,NDIM
24 DELT=DELT+AUX(8,I)*ABS(AUX(4,I)-Y(I))
IF(DELT-PRMT(4))28,28,25
25 IF(IHLF-10)26,36,36
26 DO 27 I=1,NDIM
27 AUX(4,I)=AUX(5,I)
ISTEP=ISTEP+ISTEP-4
X=X-H
IEND=0
GO TO 18
28 CALL FCT(X,Y,DERY,NDIM)
DO 29 I=1,NDIM
AUX(1,I)=Y(I)
AUX(2,I)=DERY(I)
AUX(3,I)=AUX(6,I)
Y(I)=AUX(5,I)
29 DERY(I)=AUX(7,I)
IF(JFIX(PRMT(5)))40,30,40
30 DO 31 I=1,NDIM
Y(I)=AUX(1,I)
31 DERY(I)=AUX(2,I)
IREC=IHLF
IF(IEND)32,32,40
32 IHLF=IHLF-1
ISTEP=ISTEP/2
H=H+H
IF(IHLF)4,33,33
33 IMOD=ISTEP/2
IF(ISTEP-IMOD-IMOD)4,34,4
34 IF(DELT-0.02D0*PRMT(4))35,35,4
35 IHLF=IHLF-1
ISTEP=ISTEP/2
H=H+H
GO TO 4
36 IHLF=11

```

```
CALL FCT(X,Y,DERY,NDIM)
GO TO 39
37 IHLF=12
GO TO 39
38 IHLF=13
39 CONTINUE
40 RETURN
END
```

C

(arquivo de dados associado)

```
0.0 500.0 0.001 0.001
5000.0
11
1.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0157 1.0
12.0 229.0
90.0 22.0
2707.0 938.3
```

SOBRE O AUTOR

Ruy de Sousa Júnior

Possui graduação em Engenharia Química pela Universidade Estadual de Campinas (1996), mestrado em Engenharia Química pela Universidade Federal de São Carlos (1999), doutorado em Engenharia Química pela Universidade Federal de São Carlos (2003), pós-doutorado pela Universidade de Poitiers (França, 2006) e pós-doutorado pelo Instituto de Química de São Carlos da Universidade de São Paulo (2009). Foi professor de Ensino Superior da Universidade Metodista de Piracicaba e professor doutor das Faculdades Integradas de Araraquara. Atualmente é professor adjunto do Departamento de Engenharia Química da Universidade Federal de São Carlos. Tem experiência na área de Engenharia Química, com ênfase em Processos Bioquímicos e em Eletroquímica, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem, Simulação e Controle.

