

Coleção UAB–UFSCar

Tecnologia Sucoalcooleira

Wu Hong Kwong

Introdução ao controle de processos e à instrumentação usando Scicos

Introdução ao controle de processos e à instrumentação usando Scicos

**Reitor**

Targino de Araújo Filho

Vice-Reitor

Adilson J. A. de Oliveira

Pró-Reitora de Graduação

Claudia Raimundo Reyes

**Secretária de Educação a Distância - SEaD**

Aline M. de M. R. Reali

Coordenação SEaD-UFSCar

Daniel Mill

Denise Abreu-e-Lima

Glauber Lúcio Alves Santiago

Joice Otsuka

Marcia Rozenfeld G. de Oliveira

Sandra Abib

Vânia Paula de Almeida Neris

Coordenação UAB-UFSCar

Daniel Mill

Denise Abreu-e-Lima

**Coordenador do Curso de
Tecnologia Sucroalcooleira**

Gilberto Miller Devós Ganga

UAB-UFSCar

Universidade Federal de São Carlos

Rodovia Washington Luís, km 235

13565-905 - São Carlos, SP, Brasil

Telefax (16) 3351-8420

www.uab.ufscar.br

uab@ufscar.br



EdUFSCar

Conselho Editorial

José Eduardo dos Santos

José Renato Coury

Nivaldo Nale

Paulo Reali Nunes

Oswaldo Mário Serra Truzzi (Presidente)

Secretária Executiva

Fernanda do Nascimento

Diretor da EdUFSCar

Oswaldo Mário Serra Truzzi

EdUFSCar

Universidade Federal de São Carlos

Rodovia Washington Luís, km 235

13565-905 - São Carlos, SP, Brasil

Telefax (16) 3351-8137

www.editora.ufscar.br

edufscar@ufscar.br

Wu Hong Kwong

Introdução ao controle de processos e à instrumentação usando Scicos

São Carlos



EdUFSCar

2013

© 2013, Wu Hong Kwong

Concepção Pedagógica

Daniel Mill

Supervisão

Douglas Henrique Perez Pino

Equipe de Revisão Linguística

Clarissa Galvão Bengtson

Daniel William Ferreira de Camargo

Gabriela Aniceto

Letícia Moreira Clares

Sara Naime Vidal Vital

Equipe de Editoração Eletrônica

Izis Cavalcanti

Equipe de Ilustração

Maria Julia Barbieri Mantoanelli

Capa e Projeto Gráfico

Luís Gustavo Sousa Sguissardi

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar

W959ic

Wu, Hong Kwong.

Introdução ao controle de processos e à instrumentação usando Scicos / Wu Hong Kwong. -- São Carlos : EdUFSCar, 2011.

147 p. -- (Coleção UAB-UFSCar).

ISBN – 978-85-7600-248-2

1. Controle de processo. 2. Controle Avançado. 3. Simulação (Sistemas de controle). 4. Scicos (Programa de computador). I. Título.

CDD – 660.2815 (20ª)

CDU – 66.01

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	9
---------------------------	---

UNIDADE 1: Introdução ao controle de processo

1.1 Primeiras palavras	13
1.2 Problematizando o tema	13
1.3 O sistema de controle de processo	14
1.4 Elementos de uma malha de controle	16
1.5 Representação de uma malha de controle	17
1.5.1 Diagrama P&I	17
1.5.2 Diagrama de blocos	18

UNIDADE 2: Dinâmica do processo

2.1 Primeiras palavras	25
2.2 Problematizando o tema	25
2.3 Processos de primeira ordem	26
2.3.1 Ganho do processo	36
2.3.2 Constante de tempo	37
2.4 Processos integradores	38
2.5 Processos de segunda ordem	42

2.6 Elementos dinâmicos em série.....	48
2.7 Tempo morto (atraso por transporte).....	53
2.8 Processo de primeira ordem com tempo morto.....	55
2.9 Processo de segunda ordem com tempo morto.....	62

UNIDADE 3: Componentes de um sistema de controle

3.1 Primeiras palavras.....	65
3.2 Problematizando o tema.....	65
3.3 Controladores PID.....	66
3.3.1 Controlador Proporcional (Controlador P).....	67
3.3.2 Controlador Proporcional-Integral (Controlador PI).....	69
3.3.3 Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (Controlador PID).....	70
3.4 Dispositivos de medição e de atuação.....	73
3.4.1 Dispositivo de medição.....	74
3.4.2 Elemento final de controle.....	76

UNIDADE 4: Sintonia de malhas de controle

4.1 Primeiras palavras.....	85
4.2 Problematizando o tema.....	85
4.3 Índice de desempenho.....	87
4.4 Métodos de sintonia de controladores.....	89
4.4.1 Sintonia em malha fechada.....	91

4.4.2	Sintonia em malha aberta	93
4.4.2.1	Método da curva de reação do processo	93
4.4.2.2	Método de Cohen-Coon	100
4.4.2.3	Relações de projeto baseadas em critério de erro integral	105

4.5	Estabilidade a partir de um ponto de vista prático	111
-----	--	-----

UNIDADE 5: Controle avançado

5.1	Primeiras palavras	117
-----	--------------------------	-----

5.2	Problematizando o tema	117
-----	------------------------------	-----

5.3	Controle antecipatório	117
-----	------------------------------	-----

5.3.1	Projeto de controle antecipatório baseado no modelo em estado estacionário	118
5.3.2	Projeto de controle antecipatório baseado no modelo dinâmico	120
5.3.3	Aspectos práticos no projeto do controlador antecipatório	125
5.3.4	Realizabilidade física	127

5.4	Controle <i>feedback-feedforward</i>	131
-----	--	-----

5.5	Controle de relação	134
-----	---------------------------	-----

5.6	Controle em cascata	138
-----	---------------------------	-----

REFERÊNCIAS	145
--------------------	-------	-----

APRESENTAÇÃO

O objetivo deste livro é apresentar os métodos fundamentais de engenharia de projeto e aperfeiçoamento de sistemas de controle de processo em nível básico. Para isso, serão estudados os processos e a sua modelagem para conhecer as características dinâmicas e de regime estável dos processos e os conceitos fundamentais para a compreensão das teorias de controle.

Neste livro é usado o utilitário Scicos, do pacote de aplicativos científicos numéricos Scilab, na análise e projeto de sistemas de controle contínuos no tempo, procurando sempre enfatizar os conceitos envolvidos. O Scilab é um *software* livre projetado para uso científico e possui também excelente capacidade lógica, portanto é bastante adequado para ser usado em simulações numéricas. O método utilizado é para evitar, tanto quanto possível, a abordagem altamente matemática usada na maioria dos livros existentes, sem comprometer a aprendizagem da essência de controle de processo. A utilização de aplicativos computacionais para a realização de simulações é uma tendência que pode ser observada nos currículos de engenharia para dar ênfase a um ensino de controle mais prático.

Os temas abordados incluem:

- objetivos e estruturas de controle;
- dinâmicas de processos;
- controle por realimentação;
- controle avançado.

Espera-se que, ao final deste livro, todos tenham tido uma boa aprendizagem, sem traumas, nessa fascinante área de controle de processos.

UNIDADE 1

Introdução ao controle de processo

1.1 Primeiras palavras

O controle automático tem desempenhado um papel vital no avanço da engenharia e da ciência. Além de sua extrema importância para os veículos espaciais, para os sistemas de guiamento de mísseis, sistemas robóticos e similares, o controle automático tornou-se uma parte importante e integrante dos processos industriais e de manufatura modernos.

Devido à globalização, em que o mercado é cada vez mais competitivo, os sistemas de controle são largamente empregados na indústria química para atender as estratégias operacionais das corporações.

1.2 Problematicando o tema

A planta química é um conjunto de unidades processadoras (reatores, trocadores de calor, bombas, colunas de destilação, absorvedores, evaporadores, tanques, etc.), integradas umas com as outras de maneira sistemática e racional. O objetivo global da planta é converter matérias-primas em produtos desejados, por intermédio do uso mais econômico de fontes de energia disponíveis (STEPHANOPOULOS, 1984).

A operação da planta deve satisfazer várias exigências impostas pelo projeto e pelas condições técnicas, econômicas e sociais na presença de influências externas (perturbações). Entre todas as variáveis de processo, algumas são selecionadas como variáveis de processo-chave, porque mantendo-as nos valores médios especificados significa que os objetivos de produção serão satisfeitos. Algumas exigências são (objetivos operacionais):

- **Segurança** – A segurança é uma exigência primordial na operação de uma planta química, pois mantém variáveis críticas distantes, por exemplo, dos limites de explosão e garante que os limites de temperatura e de pressão dos equipamentos sejam respeitados (exemplo: limite na pressão de operação de um reator químico).
- **Proteção ao meio ambiente** – Respeitar a legislação ambiental de forma a causar o mínimo de danos ao meio ambiente (exemplo: maior precisão na emissão de SO_2).
- **Restrições operacionais** – Vários tipos de equipamentos usados na indústria química têm restrições inerentes à sua operação (exemplo: os tanques não podem transbordar nem secar).
- **Especificação da produção** – Atingir a produção desejada e o produto final com qualidade aceitável (exemplo: produzir 2 mil toneladas de etileno por dia, com 99,5% de pureza).

- **Econômico** – A operação de uma planta deve atender as condições do mercado, isto é, a disponibilidade de matéria-prima e a demanda do produto final. Exige-se que as condições de operação sejam controladas em nível ótimo, cujo lucro seja máximo.

Assim, há necessidade de monitoramento contínuo da operação de uma planta química e de intervenções externas (controle) para garantir os objetivos operacionais. Isso é feito por um arranjo racional de equipamentos (dispositivos de medição, válvulas, controladores, computadores), e por intervenção humana (supervisores, operadores), que constituem o sistema de controle. O controle de processo significa manter os processos industriais dentro de seus pontos operacionais mais eficientes.

1.3 O sistema de controle de processo

Para iniciar o estudo sobre controle de processo, considere o trocador de calor mostrado na Figura 1.1. O fluido de processo que escoa pelo interior é resfriado pela água de resfriamento que circula pelo lado de fora do tubo. O objetivo desse equipamento é resfriar o fluido quente com temperatura inicial de entrada T_i até a temperatura desejada T_{sp} .

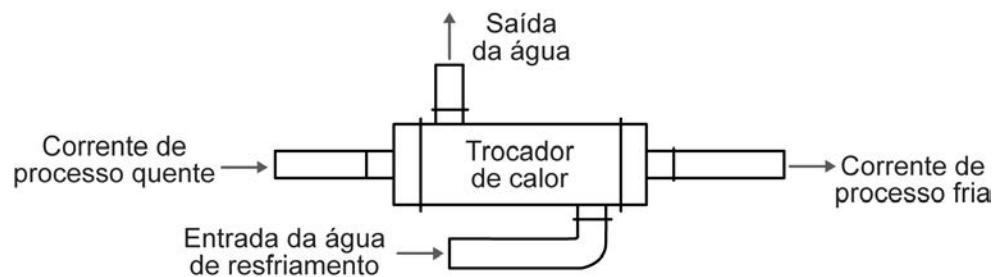


Figura 1.1 Trocador de calor com tubo duplo.

Durante a operação desse trocador pode haver variações na temperatura de alimentação T_i e provocar desvios em relação a temperatura T_{sp} . Uma forma de atingir o objetivo desse processo (alcançar a temperatura desejada, T_{sp}) é medir a temperatura do fluido quente, T , na saída do trocador de calor, compará-la com o valor desejado e, com base nessa comparação, decidir o que deve ser feito para eliminar qualquer desvio apresentado. A válvula de água pode ser utilizada para agir sobre a vazão da água e manipulada para tentar eliminar o desvio entre a temperatura T e a desejada T_{sp} . Se a temperatura da saída estiver abaixo da desejada, por exemplo, a válvula pode ser fechada, estreitando a área de passagem do fluido, de forma a reduzir a energia removida pela água e, assim, aumentar a temperatura de saída do fluido de processo.

Essa operação de controlar a temperatura da saída do trocador através da ação de abrir/fechar a válvula de água pode ser feita manualmente por um operador. Entretanto, há diversos problemas nesse controle manual. O primeiro problema é que esse trabalho requer que o operador acompanhe a temperatura frequentemente para tomar uma ação corretiva quando esta apresentar um desvio com relação ao valor desejado. O segundo refere-se à problemática de diferentes operadores tomarem diferentes decisões sobre o quanto se deve abrir/fechar a válvula de água, o que resulta em uma operação não muito consistente. Um terceiro problema é que, devido ao grande número de variáveis de um determinado processo que devem ser mantidas em seus valores desejados, a correção manual requer um grande número de operadores e a constante sincronização de suas ações. Como resultado desses problemas, é desejado que esse controle seja realizado automaticamente, ou seja, dispor de sistemas que controlem as variáveis sem necessidade de intervenção do operador. Isso nada mais é que a definição de controle automático de processos.

A configuração de um possível sistema de controle automático para esse trocador de calor é mostrada na Figura 1.2. A primeira etapa a ser realizada é medir a temperatura de saída da corrente de processo. Isso é feito por um sensor (termopar, por exemplo). O sensor é disposto junto à variável a qual se deseja obter medição e, na maioria das vezes, através de efeitos físico-químicos, gera uma corrente elétrica (ou tensão) na ordem de μA (ou mV). Este sinal elétrico deve ser transmitido para um sistema de controle (controlador) que pode estar a centenas de metros de distância na sala de controle, o que pode gerar sinais ruidosos e resultar em uma medição não confiável do valor da sua variável de processo. Para eliminar esse tipo de problema, o sensor é fisicamente conectado a um transmissor (combinação sensor/transmissor), o qual recebe o sinal elétrico de saída do sensor e o amplifica suficientemente para ser transmitido para um controlador, com um nível de ruído aceitável. O controlador então recebe o sinal e compara com o valor desejado. Dependendo do resultado dessa comparação, o controlador decide o que fazer para manter a temperatura no valor desejado. Com base nessa decisão, o controlador manda um sinal elétrico para o elemento final de controle (a válvula ou um sistema que atua sobre ela), que manipula a vazão de água. Esse sistema de controle em que se mede a variável de importância direta (no caso, T) depois que a perturbação a afetou é denominado de sistema de controle por realimentação (*feedback control system*).

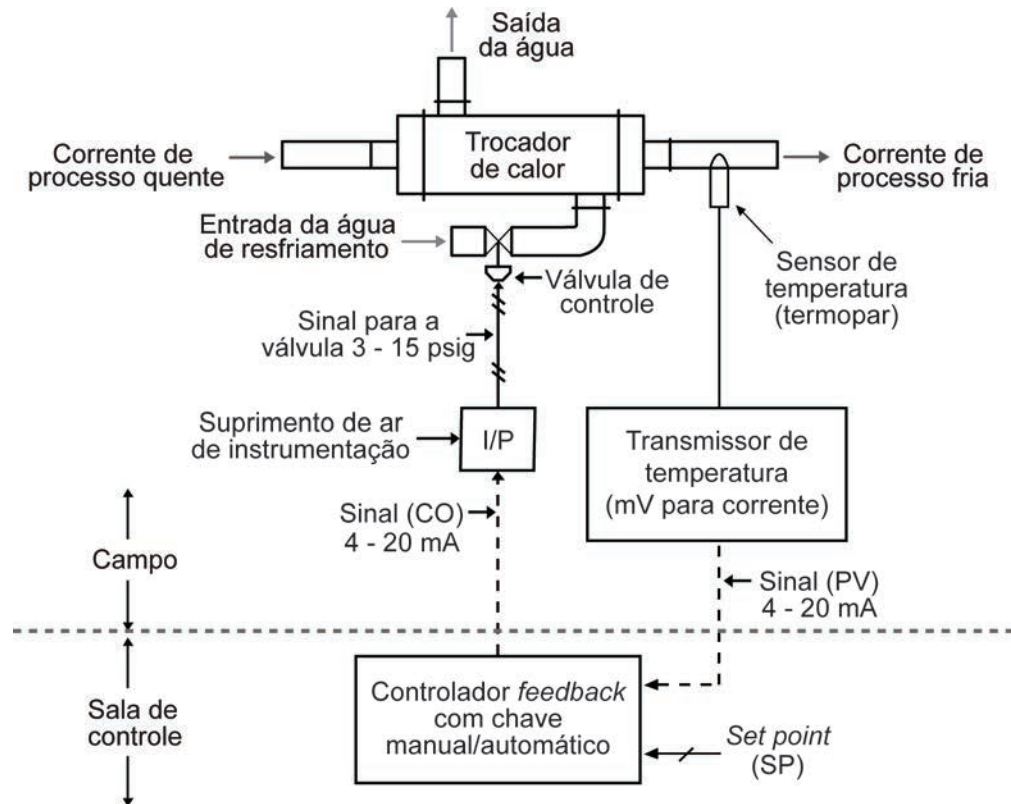


Figura 1.2 Sistema de controle para o trocador de calor.

A vantagem de controle *feedback* é que ele é uma técnica simples que compensa para todas as perturbações. Para qualquer perturbação que afete a variável controlada: tão logo essa variável se desvie do seu *set point*, o controlador ajustará a sua saída para retorná-la ao seu *set point*. A malha de controle *feedback* não conhece qual perturbação entra no processo, nem precisaria conhecê-la. Ela apenas tenta manter a variável controlada no *set point* e ao fazê-lo compensa todas as perturbações. A desvantagem do controle *feedback* é que ele pode compensar uma perturbação somente após a variável controlada ter sido desviada do seu *set point*. Isto é, a perturbação deve propagar através do processo antes que o esquema de controle *feedback* possa compensá-la.

1.4 Elementos de uma malha de controle

O sistema de controle pode ser dividido, basicamente, nos seguintes componentes:

- processo;
- elemento de medida (sensor/transmissor);
- controlador;
- elemento final de controle (válvula de controle).

Cada um desses componentes pode ser imediatamente identificado fisicamente como um item do processo. Em geral, esses quatro componentes constituirão a maioria dos sistemas de controle que iremos considerar neste texto.

Muitas vezes, é necessário converter um tipo de sinal em outro. Isso é feito por um transdutor. Por exemplo, a conversão de um sinal elétrico em mA em um sinal pneumático em psig. Isso é feito pelo uso de um transdutor I/P, que converte o sinal corrente (I) em pneumático (P). O sinal de entrada pode ser de 4 a 20 mA e o de saída, de 3 a 15 psig. Nesses casos, têm-se componentes adicionais na malha de controle.

1.5 Representação de uma malha de controle

Para sistemas mais complexos há necessidade de organizar os instrumentos da malha de controle, de modo a facilitar o trabalho do projetista. Com esse propósito, foram desenvolvidas algumas formas de representação para malhas de controle.

1.5.1 Diagrama P&I

Conhecido também como Diagrama de Processo e Instrumentação, o diagrama P&I representa o fluxograma de processo contendo a instrumentação com a localização e identificação de todos os instrumentos com simbologia própria.

Há vários tipos principais de sinais usados na indústria de processo. O sinal pneumático, ou ar pressurizado, normalmente variando na faixa entre 3 e 15 psig. A representação usual em diagramas P&IDs (*piping and instrument diagrams*) para sinais pneumáticos é (#—#). O sinal elétrico normalmente varia na faixa entre 4 e 20 mA; 1 a 5 V. A representação usual para esse sinal é uma linha tracejada (- - - -). O sinal (—/—) é usado para indicar um sinal a ser definido. Em geral, referimos os sinais como porcentagem, 0 a 100%, como oposto a psig ou mA. Isto é, 0 a 100% é equivalente a 3 a 15 psig ou 4 a 20 mA.

A Figura 1.3 mostra o diagrama P&I para o trocador de calor.

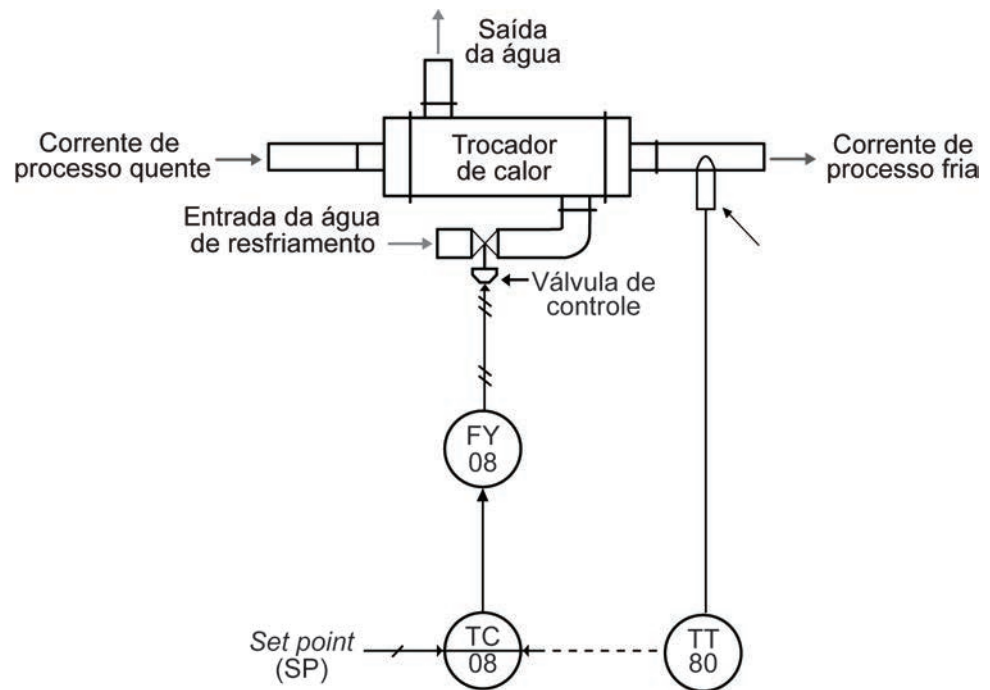


Figura 1.3 Diagrama P&I para o trocador de calor.

Nessa figura, o instrumento TT corresponde a um transmissor de temperatura, TC a um controlador de temperatura, e FY a um conversor.

1.5.2 Diagrama de blocos

Para fins de cálculo, é conveniente representar o sistema de controle por meio de diagramas de blocos apresentados na Figura 1.4. Cada bloco representa uma relação entre o sinal de saída e o sinal de entrada do bloco (função de transferência), ambos na forma de variáveis desvio. As variáveis desvio são definidas como as diferenças entre as variáveis e seus valores estacionários. Esse diagrama torna muito mais fácil a visualização das relações existentes entre os diversos sinais. O diagrama de blocos é composto de blocos de:

- processo;
- elemento de medida (sensor/transmissor);
- controlador;
- elemento final de controle (válvula de controle).

A figura a seguir mostra o diagrama de blocos para o trocador de calor.

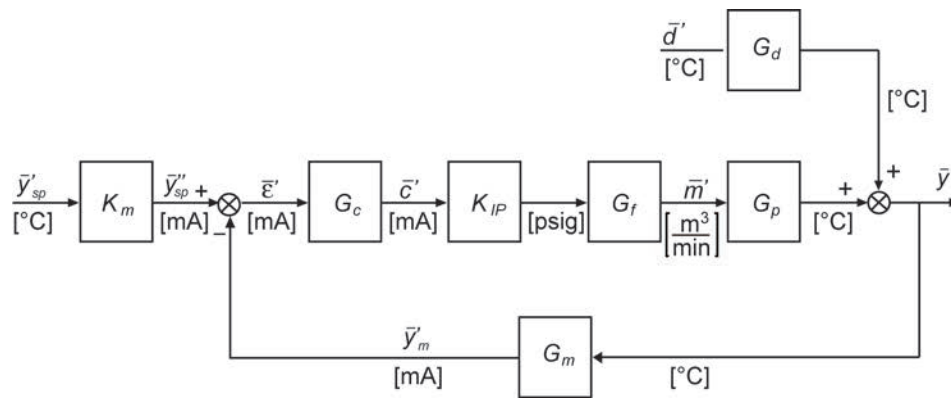


Figura 1.4 Diagrama de blocos para o trocador de calor.

Para o diagrama da Figura 1.4, tem-se as seguintes funções de transferência:

G_p = função de transferência do processo;

G_d = função de transferência da perturbação;

G_m = função de transferência do medidor e transmissor;

G_c = função de transferência do controlador;

G_f = função de transferência do elemento final de controle;

K_m = ganho estacionário do G_m ;

d_{II} = ganho do transdutor.

e as seguintes variáveis:

y' = variável controlada;

y' = variável medida;

y'_{sp} = set point;

y''_{sp} = set point interno;

ε' = erro;

c' = saída do controlador;

m' = variável manipulada;

d' = distúrbio ou carga.

Lembrando que as variáveis com a barra (por exemplo, \bar{d}') significam que estão no domínio de Laplace.

As funções G_p e G_d fazem parte do processo. O ponto de referência (também conhecido como *set point* ou SP) é um sinônimo para o valor desejado da variável controlada (também conhecida como *process variable* ou PV). A carga (também conhecida como *disturbance variable* ou DV) se refere a uma variação em qualquer variável passível de causar mudança na variável controlada.

É comum simplificar o estudo de sistemas de controle de processos substituindo o diagrama de blocos da malha de controle *feedback* da Figura 1.4 por um diagrama de blocos, como o da Figura 1.5, em que a variável medida conduz a própria informação física ou química do processo. Dessa forma, o ganho K_m pode ser omitido do diagrama e a comparação é feita em termos de quantidade física ou química da variável controlada com o valor desejado.

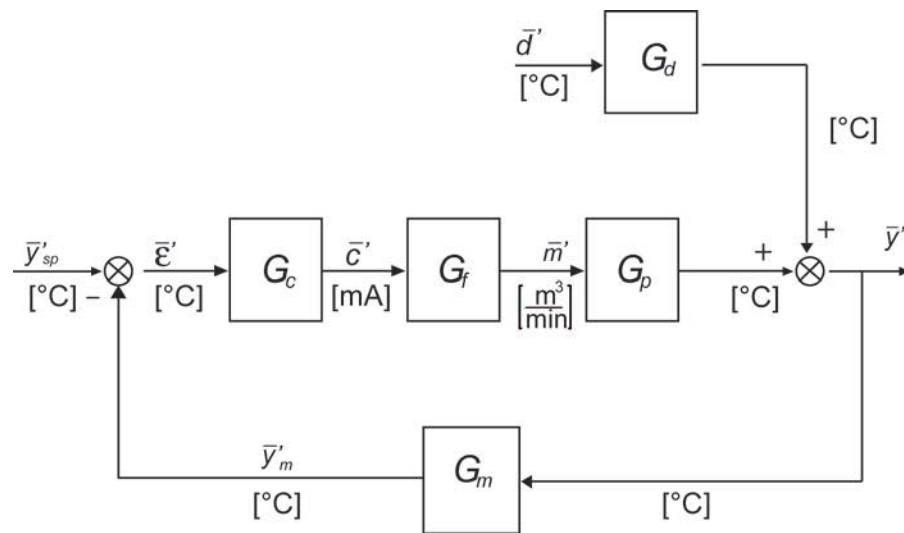


Figura 1.5 Diagrama de blocos de uma malha de controle *feedback*.

Cada bloco do diagrama representa uma relação funcional existente entre a entrada e a saída de um dado componente. Essas relações entrada-saída são desenvolvidas sob a forma de funções de transferência. Na representação de sistemas de controle por diagramas de blocos, as variáveis selecionadas são variáveis desvios, e dentro de cada bloco é colocada a função de transferência que relaciona o par de variáveis. Finalmente, os blocos são combinados de modo a fornecer o diagrama de blocos global. O desempenho do controle *feedback* depende das características de cada parte da malha.

O sistema de controle mostrado na Figura 1.5 é chamado de sistema de malha fechada ou sistema com realimentação, uma vez que o valor medido da variável controlada é devolvido ou realimentado a um dispositivo chamado comparador. No comparador, a variável controlada é comparada ao *set point*. Se existir alguma diferença entre a variável medida e o *set point*, gera-se um erro.

Esse erro é alimentado a um controlador que, por sua vez, ajusta o elemento final de controle de modo a conduzir a variável controlada ao ponto de referência.

O sistema de controle da figura anterior pode ser considerado sob o ponto de vista de sua capacidade em resolver dois tipos de situação. Na primeira, que é chamada de problema do tipo servomecanismo (ou servo), supõe-se não haver nenhuma variação na carga, e o interesse é na alteração da variável controlada de acordo com alguma função predefinida no tempo. Há ocasiões em que um sistema de controle numa indústria química opera dessa maneira. A outra situação será chamada de problema regulador. Nesse caso, a variável controlada deve permanecer fixa, e o objetivo do sistema de controle é mantê-la no valor desejado a despeito de variações na carga. Esse problema é muito comum na indústria química, onde processos industriais complexos apresentam vários sistemas individuais de controle, cada um é destinado a manter uma dada variável do processo no seu valor desejado. Esses sistemas de controle são do tipo regulador.

Ao considerarmos os sistemas de controle, discutiremos, muitas vezes em separado, a resposta de um sistema de controle linear a uma mudança no *set point* (problema servo) e a resposta a uma variação na carga (problema regulador). Isso, no entanto, será feito apenas por uma questão de conveniência. O procedimento básico para se obter a resposta aos dois tipos de problema é, essencialmente, o mesmo, e as duas respostas podem ser superpostas para se obter a resposta para qualquer combinação linear de variações na carga e no *set point*.

UNIDADE 2

Dinâmica do processo

2.1 Primeiras palavras

Para projetar adequadamente o sistema de controle *feedback*, duas coisas devem ser conhecidas sobre cada componente: o quanto e o quão rápido ele é afetado pelas variações na entrada. Tal informação, geralmente, está disponível para todas as partes da malha de controle, exceto para o processo. Assim, no estudo de controle de processo, é fundamental saber como os processos se comportam dinamicamente (Figura 2.1).

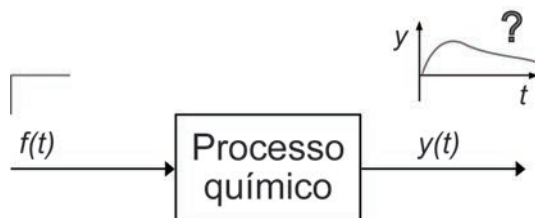


Figura 2.1 Comportamento dinâmico de um processo químico.

2.2 Problematizando o tema

A dinâmica é o estudo dos estados transientes, do comportamento das variáveis de interesse e de sua dependência com o tempo em um determinado processo durante as variações nas entradas do processo. Para isso, é necessário desenvolver o conjunto de equações que descrevem os diferentes processos, que é a modelagem matemática. Normalmente, o desenvolvimento do modelo matemático parte dos balanços não estacionários de massa, componentes e energia pela aplicação dos princípios de conservação sobre as quantidades fundamentais (BEQUETTE, 1998).

O princípio da conservação de uma quantidade T estabelece que:

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{c} \text{acúmulo de S} \\ \text{dentro de um} \\ \text{sistema} \end{array} \right] &= \left[\begin{array}{c} \text{fluxo de S} \\ \text{para dentro do} \\ \text{sistema} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{fluxo de S} \\ \text{para fora do} \\ \text{sistema} \end{array} \right] \\ \text{período} & \quad \text{período} \quad \quad \text{período} \\ \\ &+ \left[\begin{array}{c} \text{quantidade de S} \\ \text{gerado dentro} \\ \text{do sistema} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{quantidade de S} \\ \text{consumido dentro} \\ \text{do sistema} \end{array} \right] \\ & \quad \text{período} \quad \quad \quad \text{período} \end{aligned}$$

A quantidade T pode ser qualquer uma das seguintes quantidades fundamentais:

- massa total;
- massa individual do componente;
- energia total;
- momento.

A aplicação desses balanços resulta em equações diferenciais. Um método eficiente para resolver equações diferenciais lineares com coeficientes constantes é o método da Transformada de Laplace, que transforma essas equações em equações algébricas (COUGHANOWR & KOPPEL, 1978).

No estudo de controle de processos, considera-se que as variações ocorrem a partir do instante $t = 0$, ou seja, o processo se encontrava em estado estacionário. As variáveis envolvidas são expressas em termos de desvio em relação a seus valores estacionários, conhecidas como variáveis desvio. Assim, os valores iniciais das variáveis desvio são iguais a zero.

Nos cursos tradicionais de controle de processos é usado o método da Transformada de Laplace para a análise de processos dinâmicos e o projeto de sistemas de controle. Neste livro, no lugar do método da Transformada de Laplace, é usado o utilitário Scicos do pacote de aplicativos científicos numéricos Scilab na análise e projeto de sistemas de controle contínuos no tempo.

Esta unidade apresenta maneiras de determinar as características dinâmicas e de regime estável do processo. Tal informação é essencial na escolha da estratégia de controle certa, e é muito útil para boas estimativas dos ajustes do controlador.

2.3 Processos de primeira ordem

A ordem de um sistema em consideração é dada pela ordem da equação diferencial que o representa.

O tipo de comportamento dinâmico mais simples é de processos de primeira ordem (Figura 2.2). A saída de um processo de primeira ordem é descrita por uma equação diferencial de primeira ordem linear.

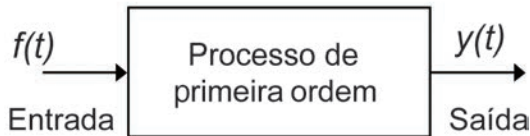


Figura 2.2 Sistema de primeira ordem.

A forma padrão de tais processos é:

$$\tau_p \frac{dy}{dt} + y = K_p f(t) \quad (2.1)$$

em que:

$y(t)$ = saída do processo;

$f(t)$ = entrada do processo;

K_p = ganho no regime estacionário ou ganho do processo;

τ_p = constante de tempo.

Se $y(t)$ e $f(t)$ são variáveis desvio definidas em torno do estado estacionário, as condições iniciais são:

$$y(0) = 0$$

$$f(0) = 0$$

O ganho e a constante de tempo são dois parâmetros que determinam as características da resposta de um processo de primeira ordem. A Transformada de Laplace dessa equação diferencial fornece a função de transferência de processos de primeira ordem:

$$G_p(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{f}(s)} = \frac{K_p}{\tau_p s + 1} \quad (2.2)$$

Um modelo em função de transferência é uma maneira de representar um modelo dinâmico linear de um processo.

O procedimento para obter a resposta dinâmica de processos de primeira ordem a uma entrada degrau unitário (Figura 2.3) usando Scicos consiste nos seguintes passos:

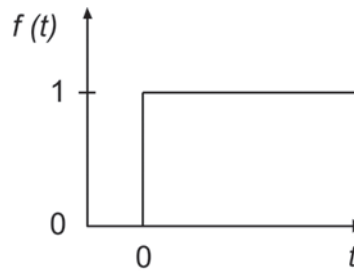


Figura 2.3 Entrada degrau unitário.

- **Passo 1:** iniciar um modelo.

Abra uma janela vazia para um novo modelo acionando a opção New do menu File. Expanda a biblioteca do Scicos.

- **Passo 2:** inserir o bloco da função de transferência no modelo.

Localize o item Linear. Na lista de blocos, localize o bloco CLR que representa uma função de transferência. Clique e arraste o bloco para dentro da janela do modelo (Figura 2.4).

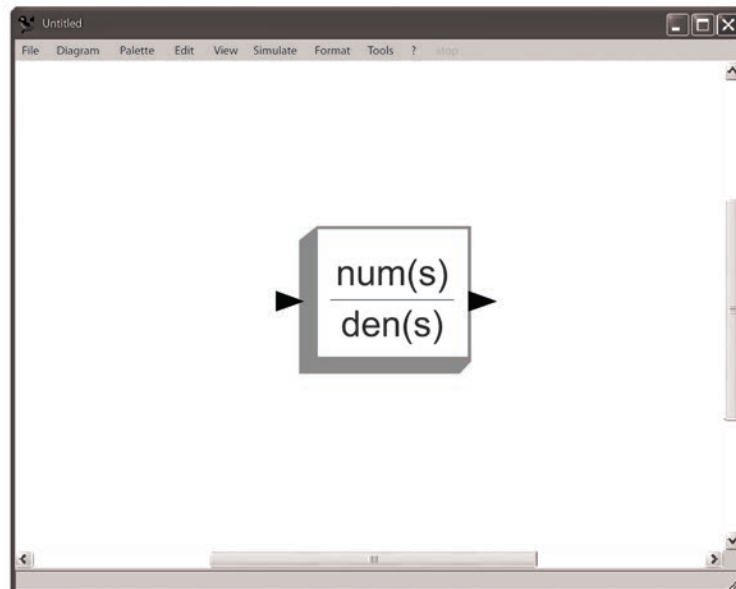


Figura 2.4 Janela do modelo com o bloco função de transferência.

- **Passo 3:** inserir o bloco de gerador de sinal degrau.

Localize o item Sources. Na lista de blocos, localize o bloco Step function, que representa um gerador de sinal degrau. Arraste o bloco para dentro da janela do modelo (Figura 2.5).

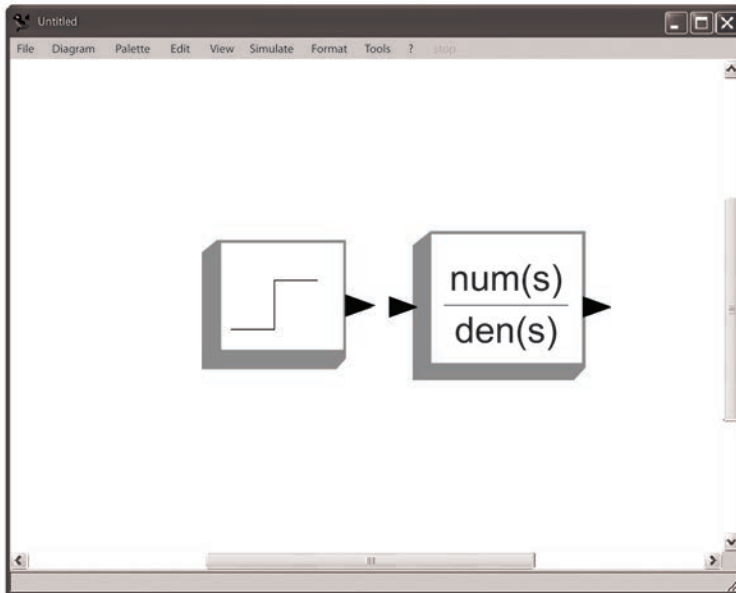


Figura 2.5 Janela do modelo com os blocos função de transferência e gerador de sinal degrau.

- **Passo 4:** inserir o bloco do osciloscópio no modelo.

Localize o item Sinks. Na lista de blocos, localize o bloco Scope. Clique e arraste o bloco para dentro da janela do modelo (Figura 2.6).

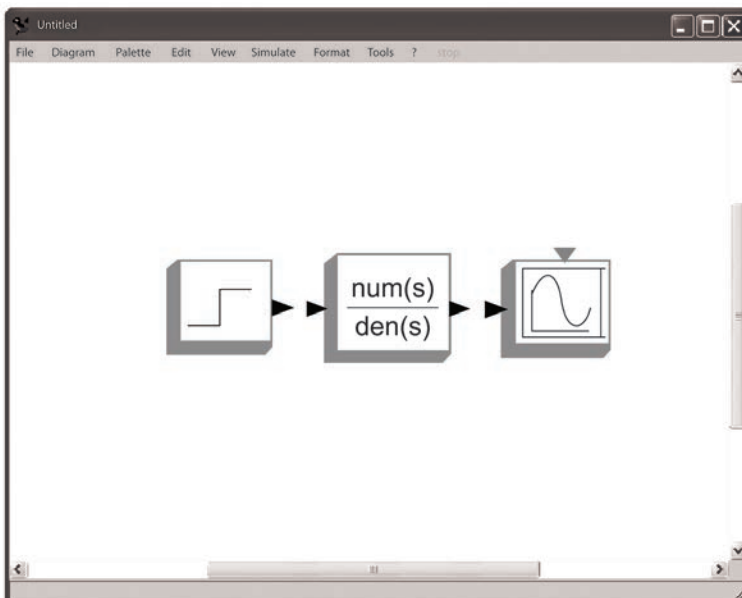


Figura 2.6 Janela do modelo com os blocos função de transferência, gerador de sinal degrau e osciloscópio.

- **Passo 5:** inserir o bloco de relógio de eventos.

Localize o item Events. Na lista de blocos, localize o bloco Clock, que representa um relógio. Arraste o bloco para dentro da janela do modelo (Figura 2.7).

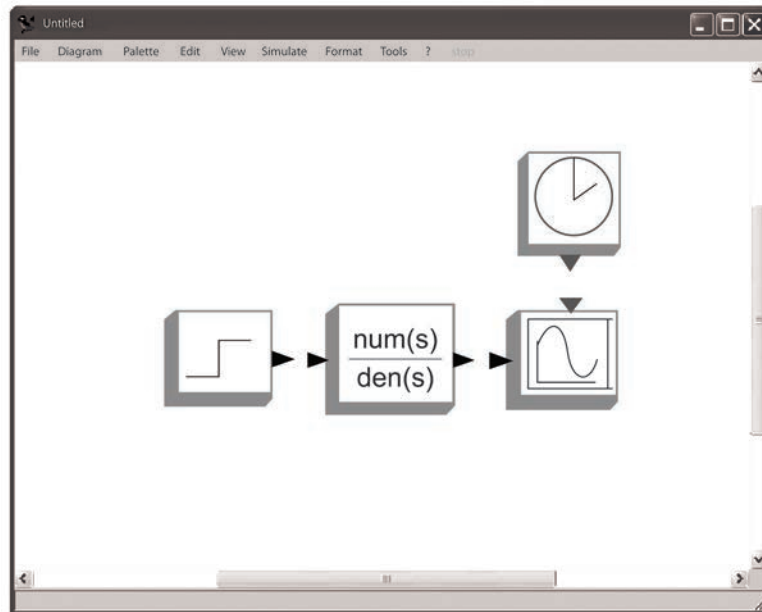


Figura 2.7 Janela do modelo com os blocos função de transferência, gerador de sinal degrau, osciloscópio e relógio de eventos.

- **Passo 6:** conectar os blocos.

Conecte os blocos conforme a Figura 2.8.

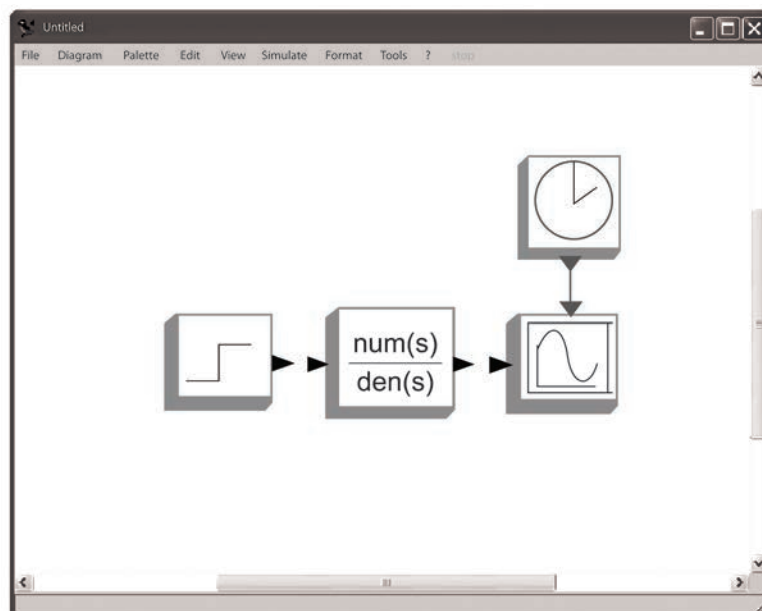


Figura 2.8 Janela do modelo.

Salve-o como 'fo'.

Vamos executar a simulação com os seguintes parâmetros:

$$K_p = 1$$

$$\tau_p = 1$$

Dê um duplo clique no bloco CLR para implementar a função de transferência com esses parâmetros.

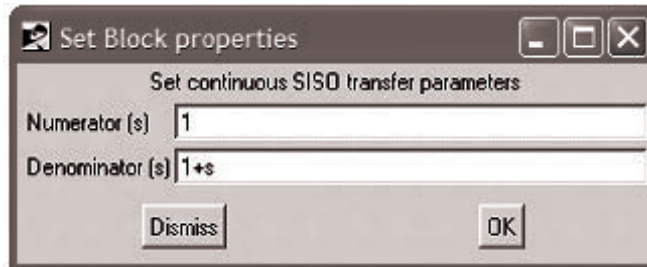


Figura 2.9 Janela de parâmetros.

Configure os parâmetros do degrau, ajustando o valor inicial da função degrau em 0 e o valor final em 1 com início no tempo 0.

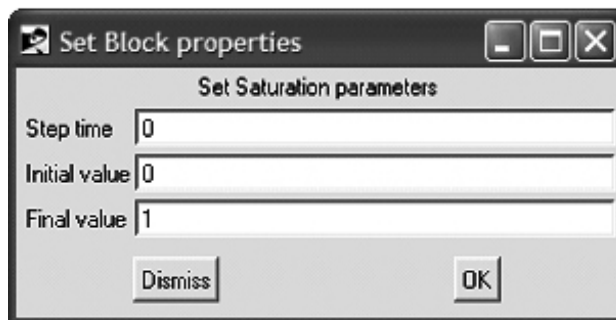


Figura 2.10 Janela de parâmetros.

Configure os parâmetros do osciloscópio.

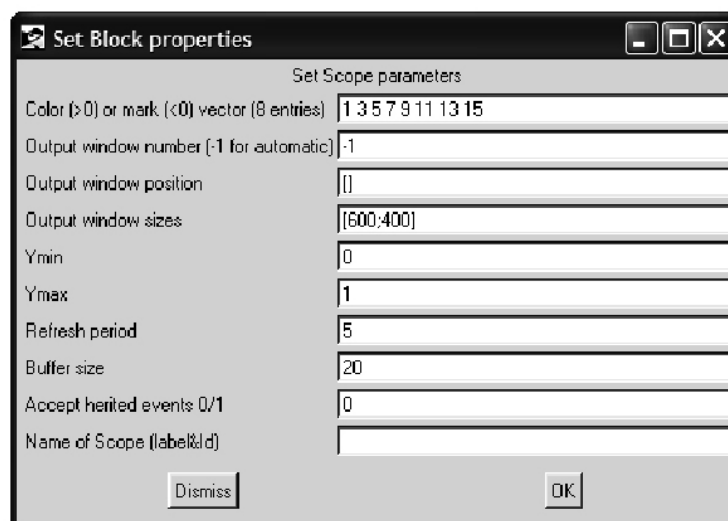


Figura 2.11 Janela de parâmetros.

Configure os parâmetros do relógio.

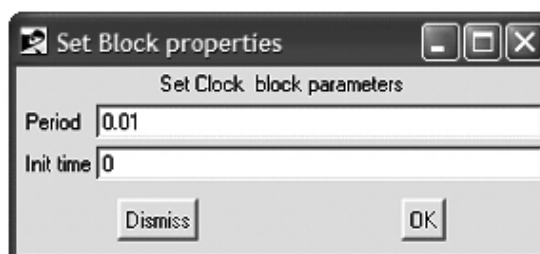


Figura 2.12 Janela de parâmetros.

Configure os parâmetros de execução.

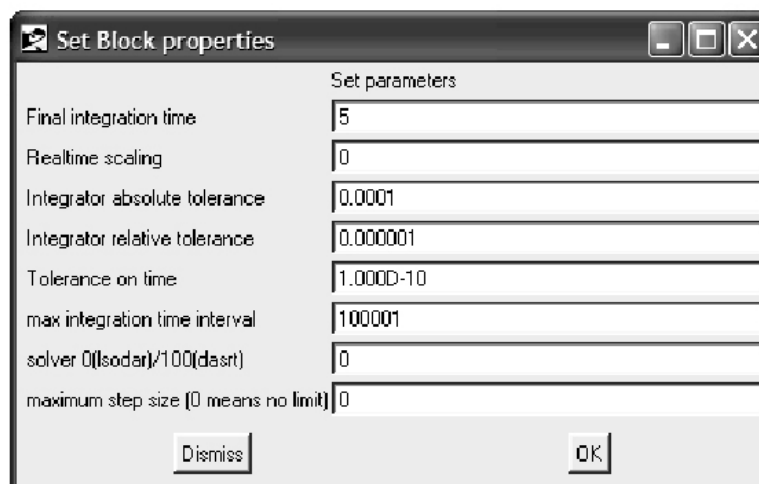


Figura 2.13 Janela de configuração.

Para iniciar a simulação, selecione Run do menu Simulate. A resposta ao degrau unitário é mostrada na Figura 2.14.

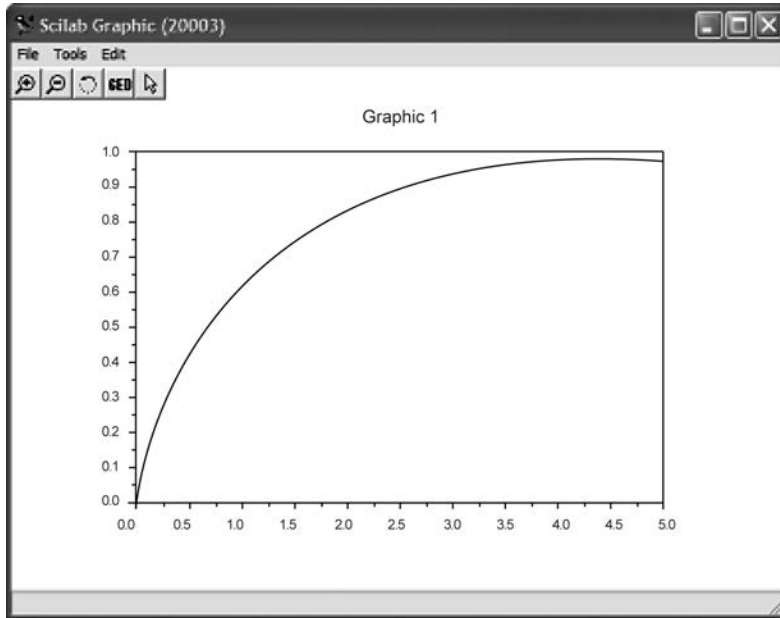


Figura 2.14 Resposta do processo a uma entrada degrau unitário.

Os aspectos mais importantes dessa resposta são:

- a) O valor de $y(t)$ alcança 63,2% do seu valor final depois de decorrido um intervalo de tempo igual a uma constante de tempo. Quanto menor for a constante de tempo, mais rápida será a resposta do processo.

tempo decorrido	τ_p	$2 \tau_p$	$3 \tau_p$	$4 \tau_p$	$5 \tau_p$
$y(t)$ como porcentagem do seu valor final	63,2	86,5	95	98,2	99,3

Para $t \geq 4\tau_p$, a resposta permanece dentro de 2% do valor final. Matematicamente, o regime estacionário só é alcançado após um tempo infinito. Na prática, entretanto, uma estimativa razoável do tempo de resposta é o tempo que a curva de resposta necessita para alcançar a linha de 2% do valor final, ou quatro constantes de tempo.

- b) A inclinação da curva resposta em $t = 0$ é igual a 1. Isso significa que, se a velocidade inicial da variação de $y(t)$ é mantida, a resposta é completa após uma constante de tempo
- c) O valor final da resposta é igual a 1.

$$t \rightarrow \infty \quad y \rightarrow AK_p$$

Essa característica explica o nome ganho no regime estacionário ao parâmetro K_p , desde que para qualquer variação degrau Δ (*entrada*) na entrada, a variação resultante na saída no estado estacionário seja dada por:

$$\Delta(\text{saída}) = K_p \Delta(\text{entrada})$$

Exemplo 2.1 Um exemplo típico de processos que exibem comportamento dinâmico de primeira ordem é o sistema de nível de líquido. Considere o sistema mostrado na Figura 2.15, que consiste em um tanque de seção reta e uniforme de área A , ao qual é adaptado uma resistência ao fluxo R , tal como uma válvula, uma tubulação ou vertedouro. Suponha que F , vazão volumétrica através da resistência, se relaciona com a altura de líquido h pela relação linear:

$$F = \frac{h}{R}$$

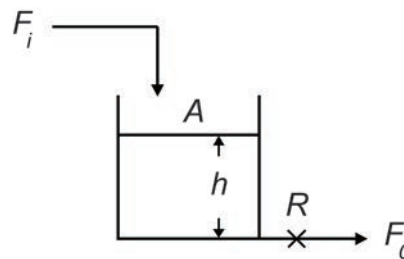


Figura 2.15 Sistema de nível de líquido.

Uma relação que apresenta esta relação linear entre a vazão de saída e a altura de líquido é chamada de resistência linear.

Considerando o líquido de massa específica constante, o balanço de massa transiente no tanque fornece:

$$\frac{dV}{dt} = F_i - F$$

$$\frac{d(Ah)}{dt} = F_i - \frac{h}{R}$$

$$A \frac{dh}{dt} = F_i - \frac{h}{R}$$

$$A \frac{dh}{dt} + \frac{h}{R} = F_i$$

$$AR \frac{dh}{dt} + h = RF_i \quad (1)$$

Utilizaremos variáveis desvio em nossa análise antes de obtermos a função de transferência. Inicialmente, o processo opera em um estado estacionário, o que significa que $dh/dt = 0$, e podemos assim escrever a equação como:

$$h_s = RF_{is} \quad (2)$$

em que h_s e F_{is} são os valores de h e F_i no estado estacionário, respectivamente.

Subtraindo a Equação 2 da Equação 1, obtém-se:

$$AR \frac{d(h - h_s)}{dt} + (h - h_s) = R(F_i - F_{is}) \quad (3)$$

Note que $d(h - h_s)/dt = dh/dt$, porque T_c é uma constante. Se definirmos as variáveis desvio:

$$F_i' = F_i - F_{is}$$

$$h' = h - h_s$$

a Equação 3 pode ser escrita como:

$$AR \frac{dh'}{dt} + h' = RF_i' \quad (4)$$

com as condições iniciais:

$$h'(0) = 0 \quad F_i'(0) = 0$$

Assim, a Equação 4 está na forma padrão de sistemas de primeira ordem (Equação 2.1) e a função de transferência correspondente é:

$$\frac{\bar{h}'(s)}{\bar{F}_i'(s)} = \frac{R}{ARs + 1}$$

Comparando essa última equação com a Equação 2.2, a entrada do processo é a vazão de alimentação F_i , a saída do processo é a altura h , o ganho do processo é R , e a constante de tempo é PB .

2.3.1 Ganho do processo

Para iniciar o estudo do ganho do processo, abra o arquivo fo.cos. Configure os valores do osciloscópio.

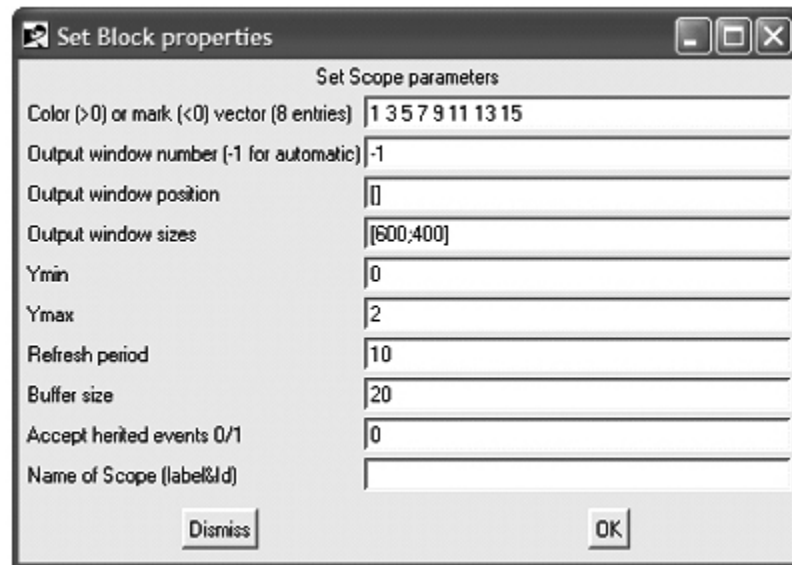


Figura 2.16 Janela de parâmetros.

Configure os parâmetros de execução.

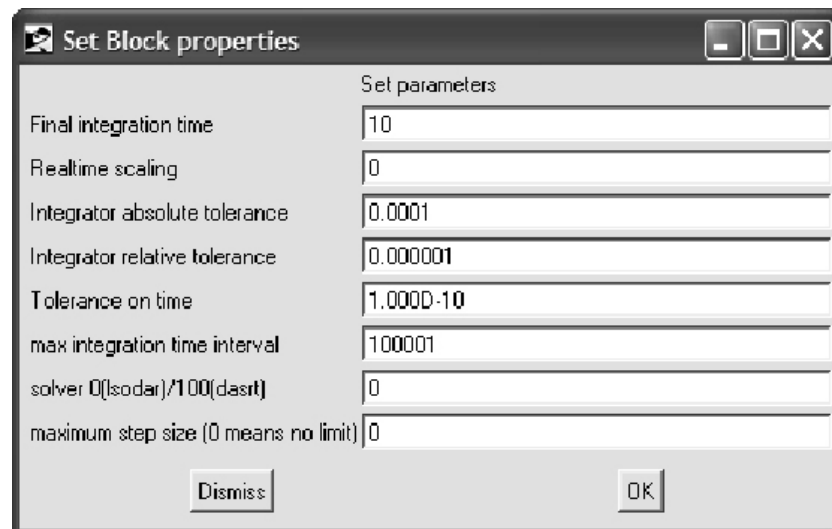


Figura 2.17 Janela de configuração.

Fixando $\tau_p = 1$, simule para três valores de $K_p = 0,5; 1$ e 2 . A Figura 2.18 mostra os resultados da resposta ao degrau unitário. A curva cinza corresponde a resposta para $K_p = 1$, a curva preta para $K_p = 2$ e a curva tracejada para $K_p = 0,5$.

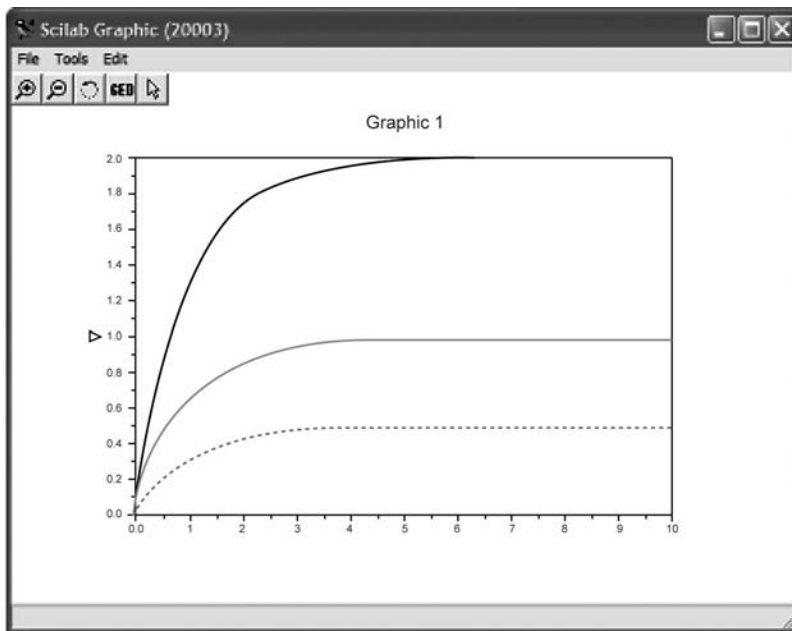


Figura 2.18 Resposta do processo de primeira ordem a uma entrada degrau unitário para diferentes valores de K_p .

Nesse ponto, é importante verificar o quanto a saída muda quando é feita uma variação na entrada do processo. Para $K_p = 1$, a variação total na saída é 1; para $K_p = 2$ a variação total na saída é 2; para $K_p = 0,5$ a variação total na saída é $0,5$. Em todos os casos, a variação total na entrada é 1. Esses resultados explicam por que o parâmetro K_p é chamado de ganho estacionário.

2.3.2 Constante de tempo

Para iniciar o estudo da constante de tempo do processo, use o arquivo fo.cos com os mesmos valores do osciloscópio e parâmetros de execução.

Fixando $K_p = 1$, simule para três valores de $\tau_p = 0,5; 1$ e 2 . A Figura 2.19 mostra os resultados da resposta ao degrau unitário. A curva cinza corresponde à resposta para $\tau_p = 1$, a curva preta para $\tau_p = 2$ e a curva tracejada para $\tau_p = 0,5$.

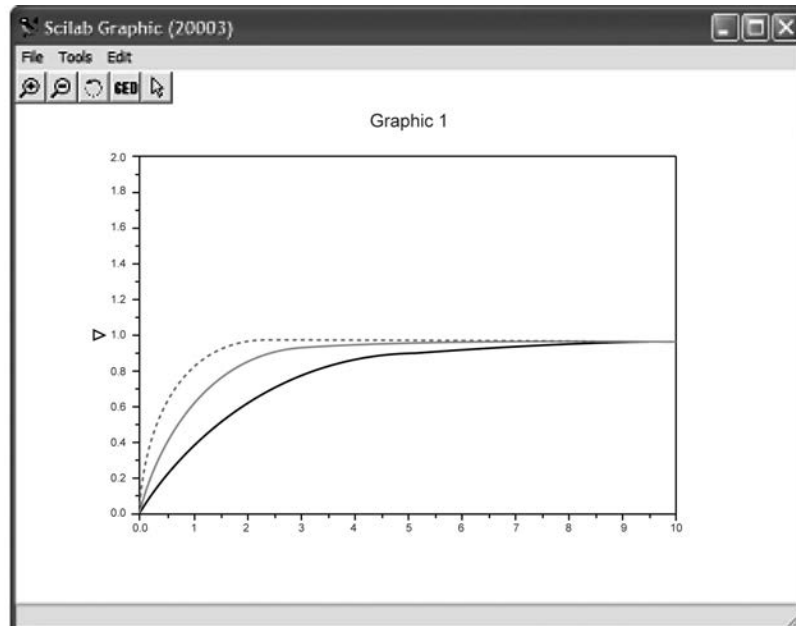


Figura 2.19 Resposta do processo de primeira ordem a uma entrada degrau unitário para diferentes valores de τ_p .

A figura anterior mostra que à medida que τ_p aumenta, o processo leva mais tempo para responder ao degrau na entrada. Isso mostra que a constante de tempo está relacionada com a velocidade de resposta do processo. Portanto, valores pequenos de τ_p significam respostas rápidas e valores maiores significam respostas lentas.

O sistema de primeira ordem também é conhecido como atraso de primeira ordem, atraso linear ou atraso por transporte exponencial.

2.4 Processos integradores

O processo integrador é um caso específico de processo de primeira ordem que não possui autorregulação, isto é, responde de forma ilimitada a uma entrada limitada (degrau, por exemplo). A equação diferencial que descreve esse tipo de processo é:

$$\frac{dy}{dt} = K_p' f(t) \quad (2.3)$$

e resulta na seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{f}(s)} = \frac{K_p'}{s} \quad (2.4)$$

O processo é chamado de puramente capacitivo ou integrador puro.

Exemplo 2.2 Considere o sistema mostrado na Figura 2.20. A bomba retira água com uma vazão constante F_o ; essa vazão independe da altura de líquido h .

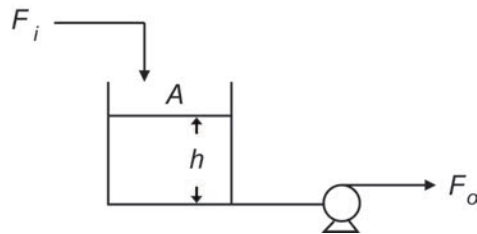


Figura 2.20 Sistema de nível.

F_o é determinado por uma bomba de deslocamento positivo.

Balço de massa total:

$$A \frac{dh}{dt} = F_i - F_o \quad (1)$$

No estado estacionário:

$$0 = F_{is} - F_o \quad (2)$$

Subtraindo a Equação 2 da Equação 1 e escrevendo na forma de variáveis desvio:

$$A \frac{d(h - h_s)}{dt} = (F_i - F_{is}) + (F_o - F_o) \quad (3)$$

Se definirmos as variáveis desvio:

$$F_i' = F_i - F_{is}$$

$$h' = h - h_s$$

a Equação 3 pode ser escrita como:

$$A \frac{dh'}{dt} = F_i'$$

com as condições iniciais:

$$h'(0) = 0 \quad F_i'(0) = 0$$

Assim, a Equação 4 está na forma padrão de sistemas de primeira ordem (Equação 2.3) e a função de transferência correspondente é:

$$\frac{\bar{h}'(s)}{\bar{F}_i'(s)} = \frac{1}{As} = \frac{1/A}{s}$$

Note que corresponde a uma função de transferência de um integrador puro (Equação 2.4) com:

$$K_p' = \frac{1}{A}$$

Abra o arquivo fo.cos e execute a simulação com os seguintes parâmetros:

$$K_p' = 1$$

Dê um duplo clique no bloco CLR para implementar a função de transferência com esse parâmetro.

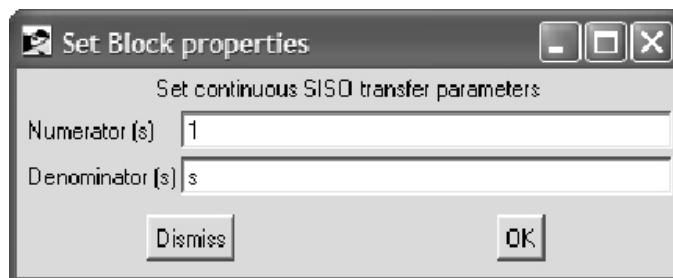


Figura 2.21 Janela de parâmetros.

Configure os valores do osciloscópio.

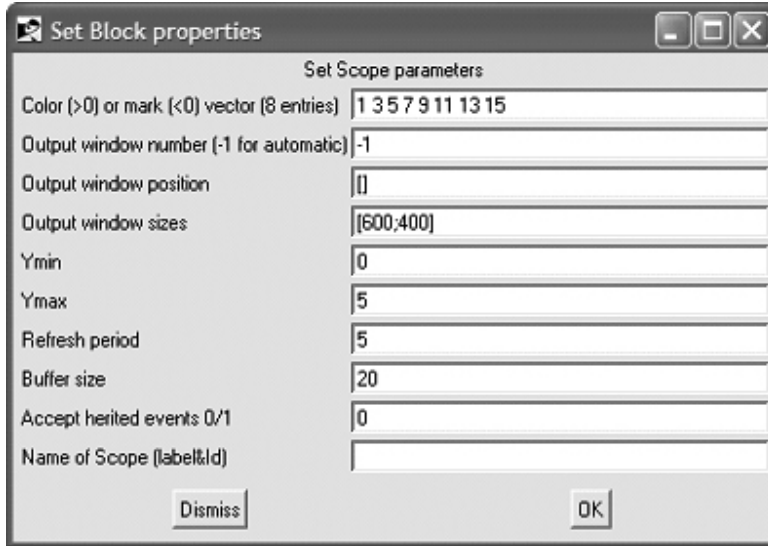


Figura 2.22 Janela de parâmetros.

A Figura 2.23 mostra o resultado da resposta ao degrau unitário.

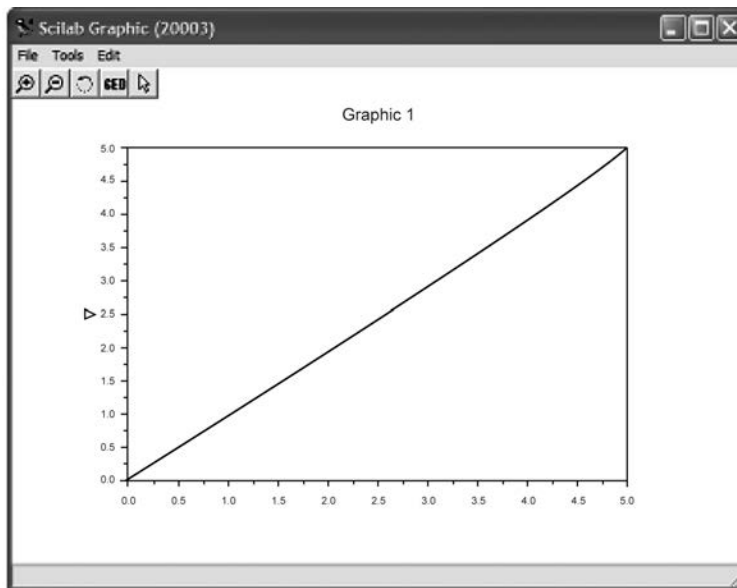


Figura 2.23 Resposta do processo integrador a uma entrada degrau unitário.

Note que para uma entrada limitada, a resposta do processo é matematicamente ilimitada. No caso do sistema de nível, a altura do líquido subirá até transbordar.

2.5 Processos de segunda ordem

Um processo de segunda ordem é aquele cuja saída $y(t)$ é modelada por uma equação diferencial de segunda ordem (Figura 2.24).



Figura 2.24 Processo de segunda ordem.

A forma padrão de tais processos é:

$$\tau^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\zeta\tau \frac{dy}{dt} + y = K_p f(t) \quad (2.5)$$

em que:

τ = tempo característico ou período natural de oscilação do sistema; determina a velocidade (ou, equivalentemente, o tempo de resposta) do sistema;

ζ = fator de amortecimento, adimensional, dá uma medida da quantidade de amortecimento do sistema, isto é, o grau de oscilação na resposta do processo após uma perturbação;

K_p = ganho do sistema.

Se $y(t)$ e $f(t)$ são variáveis desvio definidas em torno do estado estacionário, as condições iniciais são:

$$y(0) = 0 \quad y'(0) = 0 \quad f(0) = 0$$

O ganho, a constante de tempo e o fator de amortecimento são os parâmetros que determinam as características da resposta de um processo de segunda ordem. A Transformada de Laplace dessa equação diferencial fornece a função de transferência de processos de segunda ordem:

$$G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{f}(s)} = \frac{K_p}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1} \quad (2.6)$$

O procedimento para obter a resposta dinâmica de processos de segunda ordem a uma entrada degrau unitário usando Scicos consiste dos mesmos passos que para processos de primeira ordem, apenas configurando o bloco CLR para implementar a função de transferência de processos de segunda ordem.

Vamos executar a simulação com os seguintes parâmetros:

$$K_p = 1$$

$$\tau = 1$$

e três valores diferentes de ζ ($= 0,4; 1$ e $1,4$).

Dê um duplo clique no bloco CLR para implementar a função de transferência com esses parâmetros, $\zeta = 0,4$, por exemplo.

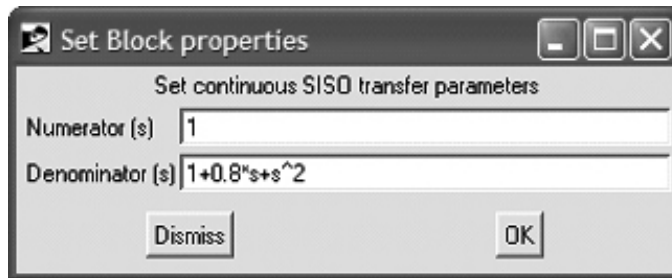


Figura 2.25 Janela de parâmetros.

Configure os valores do osciloscópio.

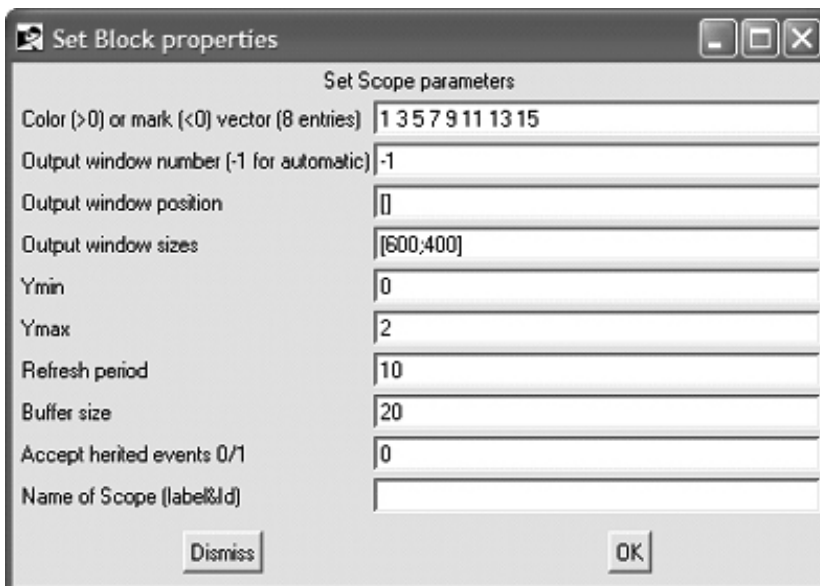


Figura 2.26 Janela de parâmetros.

Configure os parâmetros de execução.

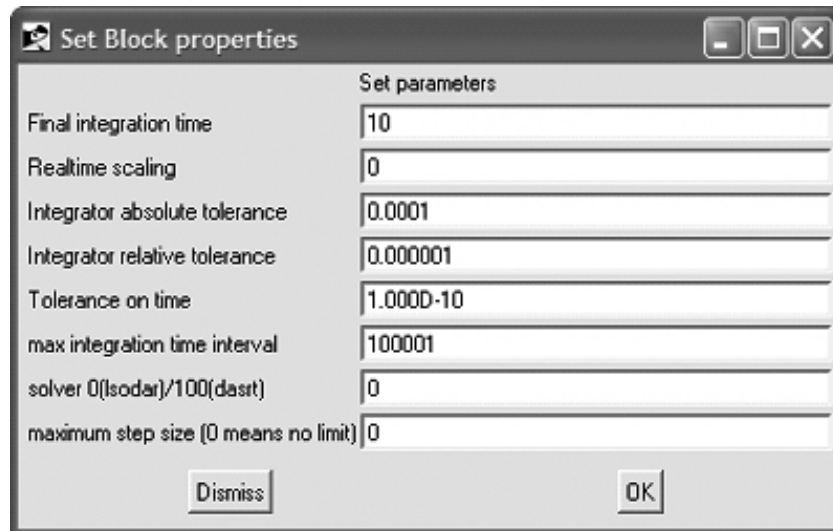


Figura 2.27 Janela de configuração.

A Figura 2.28 mostra os resultados da resposta ao degrau unitário. A curva cinza corresponde à resposta para $\zeta = 1$, a curva preta para $\zeta = 0,4$, e a curva tracejada para $\zeta = 1,4$.

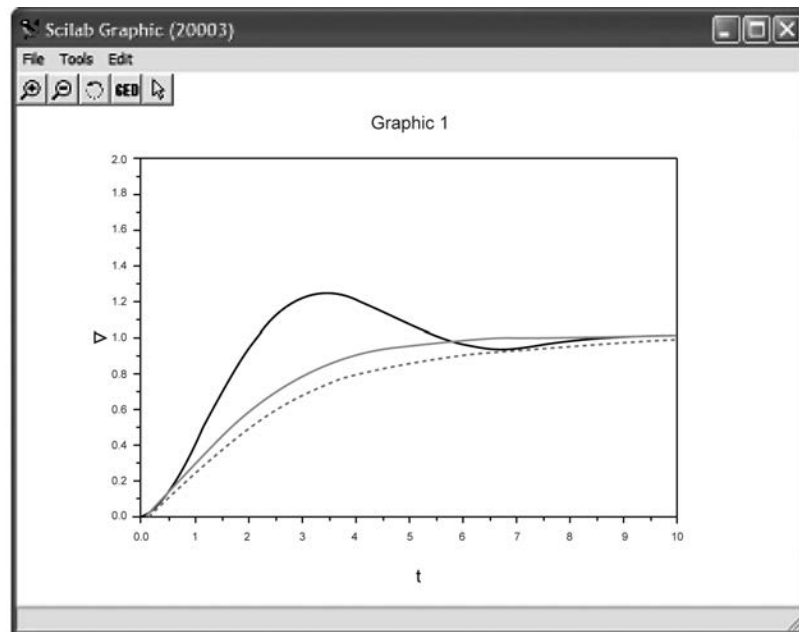


Figura 2.28 Resposta do processo de segunda ordem a uma entrada degrau unitário para diferentes valores de ζ .

Nota-se que, dependendo do valor do fator de amortecimento, têm-se comportamentos bem distintos. Para $\zeta < 1$, a curva resposta é de natureza oscilatória;

$\zeta = 1$, a resposta é não oscilatória; e $\zeta > 1$, a resposta também é não oscilatória. A Tabela 2.1 mostra os três casos possíveis.

Tabela 2.1 Fator de amortecimento.

Caso	Fator de amortecimento	Descrição da resposta
I	$0 < \zeta < 1$	Subamortecida ou oscilatória
II	$\zeta = 1$	Criticamente amortecida
III	$\zeta > 1$	Superamortecida ou não oscilatória

Características de uma resposta subamortecida

Dessas três, a resposta subamortecida da Figura 2.29 é a que ocorre com mais frequência em sistemas de controle (SEBORG, EDGAR & MELLICHAMP, 1989). Por esse motivo, foram criados diversos termos para descrevê-la.

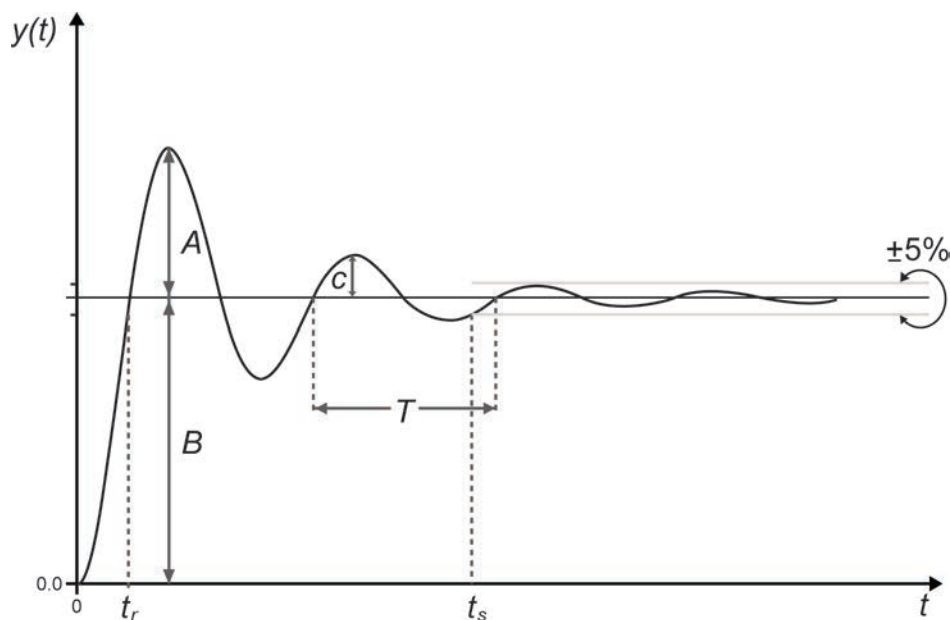


Figura 2.29 Características da resposta ao degrau de um sistema de segunda ordem subamortecida.

Sobre-elevação (overshoot) – *Overshoot* é a medida de quanto a resposta de um sistema submetido a um estímulo degrau excede o seu valor final; ela é expressa pela razão A/B . O *overshoot* é uma função de ζ e é dada pela seguinte expressão:

$$OS = \exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

A Figura 2.30 mostra o gráfico do *overshoot* versus ζ . O *overshoot* aumenta com a redução de ζ .

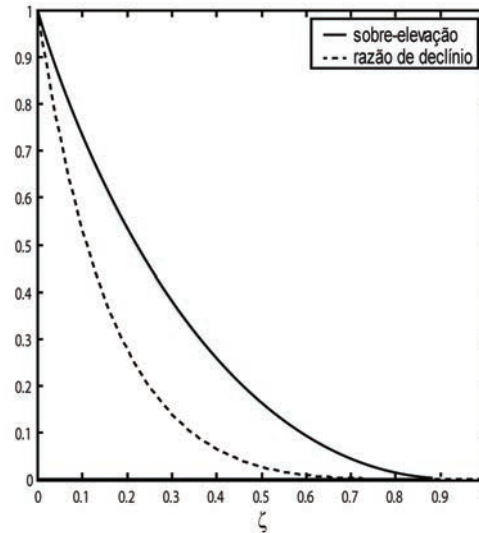


Figura 2.30 Efeito do fator de amortecimento na sobre-elevação e na razão de declínio.

O instante do pico T_p , correspondente ao primeiro pico do sobressinal, é dado por:

$$t_p = \frac{\pi\tau}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

- **Razão de declínio (decay ratio)** – *Decay ratio* é a razão entre a altura dos picos sucessivos, dado por C/A , na Figura 2.30. O *decay ratio* relaciona-se com o parâmetro ζ pela expressão:

$$DR = \exp\left(\frac{-2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) = (OS)^2$$

Para sistemas de segunda ordem, o *PB* é constante para par sucessivo de picos.

- **Tempo de resposta** – Esse é o tempo que a resposta leva para alcançar uma faixa de $\pm 5\%$ do seu valor final e nela permanecer. Para $0 < \zeta < 0,9$, o tempo de acomodação correspondendo à faixa de tolerância de $\pm 5\%$ é dado, aproximadamente, por:

$$t_s = \frac{3\tau}{\zeta}$$

Se for utilizado o critério de $\pm 2\%$, então t_s é dado, aproximadamente, por:

$$t_s = \frac{4\tau}{\zeta}$$

- **Período de oscilação** – A frequência em radianos (radianos/tempo) da oscilação de uma resposta subamortecida é dada por:

$$\omega = \text{frequência em radianos} = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}$$

Como a frequência em radianos ω se relaciona com a frequência cíclica f por meio de:

$$\omega = 2\pi f$$

segue-se que,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}$$

em que T é o período de oscilação (tempo/ciclo), que é o tempo decorrido entre dois picos.

- **Período natural de oscilação** – Se o amortecimento for eliminado ($\zeta = 0$), o sistema oscila continuamente sem atenuação em sua amplitude. Nessas condições “naturais” ou não amortecidas, a frequência em radianos é $1/\tau$. Essa frequência é chamada de frequência natural ω_n .

$$\omega_n = \frac{1}{\tau}$$

A frequência cíclica natural correspondente f_n e o período T_n são relacionados pela expressão:

$$f_n = \frac{1}{T_n} = \frac{1}{2\pi\tau}$$

Em resumo, é evidente que ζ representa uma medida do grau de amortecimento, ou do caráter oscilatório, e que τ representa uma medida do período, ou velocidade, da resposta de um sistema de segunda ordem.

2.6 Elementos dinâmicos em série

Para descrever processos reais visando a ilustração de seus respectivos controles, é suficiente combinar alguns poucos elementos dinâmicos básicos para se conseguir um excelente resultado. Como os elementos em série comportam-se mais realisticamente do que os elementos simples, é importante que se compreenda o efeito da resposta ao degrau sobre a combinação.

Frequentemente, um sistema físico pode ser representado por vários processos de primeira ordem associados em série. O exemplo é aquele de dois tanques ou mais tanques em série. A questão é como os níveis de líquido respondem a uma variação degrau na vazão de entrada do primeiro tanque. Para ilustrar esse tipo de sistema, considere o sistema de dois tanques (Figura 2.31). O fluido na saída do tanque 1 escoa diretamente para a atmosfera antes de entrar no tanque 2, e o fluxo através de R_1 depende apenas de h_1 . A variação em h_2 no tanque 2 não afeta a resposta transiente do tanque 1. Esse tipo de sistema é denominado de sistema sem interação. O nível do primeiro tanque, é claro, varia da mesma maneira discutida anteriormente. A resposta do nível do segundo tanque é um tanto diferente. A variação na vazão para o segundo tanque não é uma variação degrau. A variação na vazão de saída do primeiro tanque segue o mesmo comportamento que a variação de nível nesse tanque. A vazão de saída aumenta rapidamente no início e atenua gradualmente ao se aproximar do novo valor em regime estacionário. Esse é o distúrbio visto pelo segundo tanque, não uma variação degrau na vazão de entrada, mas sim uma variação mais suave.

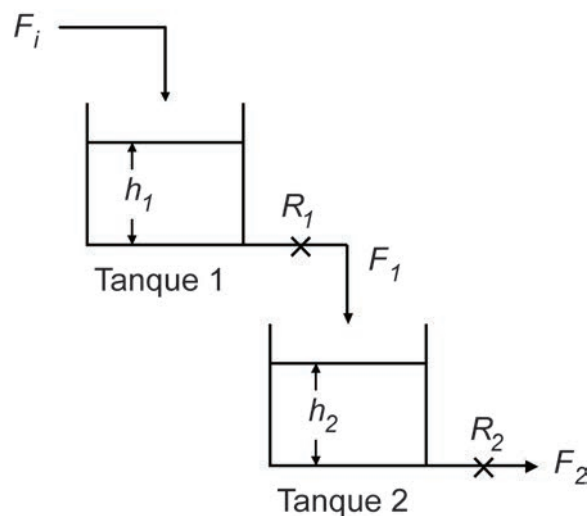


Figura 2.31 Sistema de nível líquido de dois tanques sem interação.

Balanco no tanque 1 em variáveis desvio:

$$F_i' - F_1' = A_1 \frac{dh_1'}{dt}$$

Balço no tanque 2 em variáveis desvio:

$$F_1' - F_2' = A_2 \frac{dh_2'}{dt}$$

Relação entre os níveis de líquido e as vazões:

$$F_1' = \frac{h_1'}{R_1}$$

$$F_2' = \frac{h_2'}{R_2}$$

Tomando a Transformada de Laplace dessas duas equações, obtém-se:

$$\bar{F}_1'(s) - \bar{F}_2'(s) = A_1 R_1 s \bar{F}_1'(s) \quad (2.7)$$

$$\bar{F}_1'(s) - \frac{\bar{h}_2'(s)}{R_2} = A_2 s \bar{h}_2'(s) \quad (2.8)$$

As Equações 2.7 e 2.8 podem ser rearranjadas na forma padronizada de sistemas de segunda ordem, resultando em:

$$\frac{\bar{F}_1'(s)}{\bar{F}_1'(s)} = \frac{1}{A_1 R_1 s + 1} = \frac{1}{\tau_{p1} s + 1} \quad (2.9)$$

$$\frac{\bar{h}_2'(s)}{\bar{F}_1'(s)} = \frac{R_2}{A_2 R_2 s + 1} = \frac{K_{p2}}{\tau_{p2} s + 1} \quad (2.10)$$

Obtida a função de transferência de cada tanque, podemos calcular a função de transferência global $\frac{\bar{h}_2'(s)}{\bar{F}_1'(s)}$ pelo produto das Equações 2.9 e 2.10 a fim de eliminar $\bar{F}_1'(s)$:

$$\frac{\bar{h}'_2(s)}{\bar{F}'_i(s)} = \frac{\bar{h}'_2(s) \bar{F}'_1(s)}{\bar{F}'_1(s) \bar{F}'_i(s)} = \frac{K_{p2}}{(\tau_{p1}s+1)(\tau_{p2}s+1)}$$

$$\frac{\bar{h}'_2(s)}{\bar{F}'_i(s)} = \frac{R_2}{\tau_{p1}\tau_{p2}s^2 + (\tau_{p1} + \tau_{p2})s + 1}$$

O resultado dessa associação é que a equação que rege o nível do segundo tanque é de segunda ordem.

Vamos executar a simulação com os seguintes parâmetros:

$$\tau_{p1} = 0,5$$

$$\tau_{p2} = 1$$

$$R_2 = 1$$

A simulação pode ser feita utilizando o modelo da Figura 2.8 e configurar os parâmetros do bloco CLR para a função de transferência de segunda ordem. Alternativamente, pode-se montar o modelo associando os blocos individuais como mostra a janela do modelo na Figura 2.32, com todos os blocos do sistema de nível líquido de dois tanques sem interação.

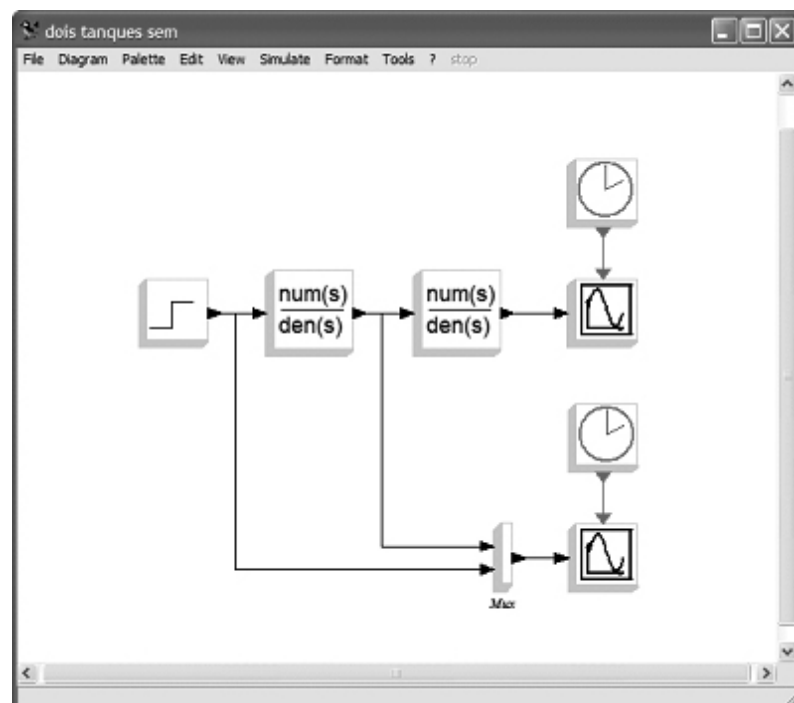


Figura 2.32 Janela do modelo.

O primeiro bloco CLR corresponde à função de transferência $\bar{F}_1'(s)/\bar{F}_i'(s)$ com a configuração:

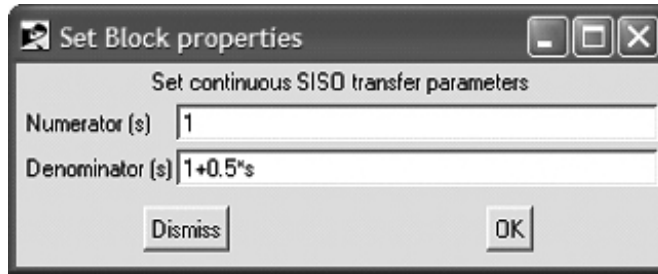


Figura 2.33 Janela de parâmetros.

e o segundo, $\bar{h}_2'(s)/\bar{F}_1'(s)$, com a configuração:

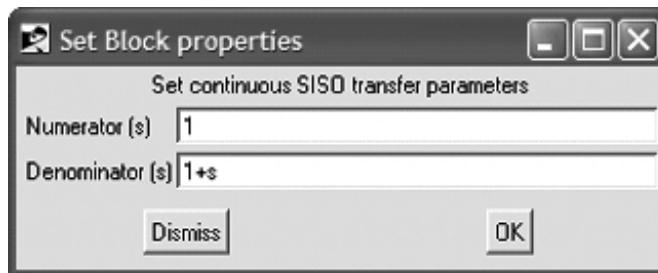


Figura 2.34 Janela de parâmetros.

As respostas ao degrau unitário para este sistema de dois tanques são mostradas nas Figuras 2.35 e 2.36. Na Figura 2.35, a curva cinza corresponde à vazão de entrada do primeiro tanque e a curva preta para a variação na vazão para o segundo tanque. A Figura 2.36 mostra a resposta do nível do segundo tanque.

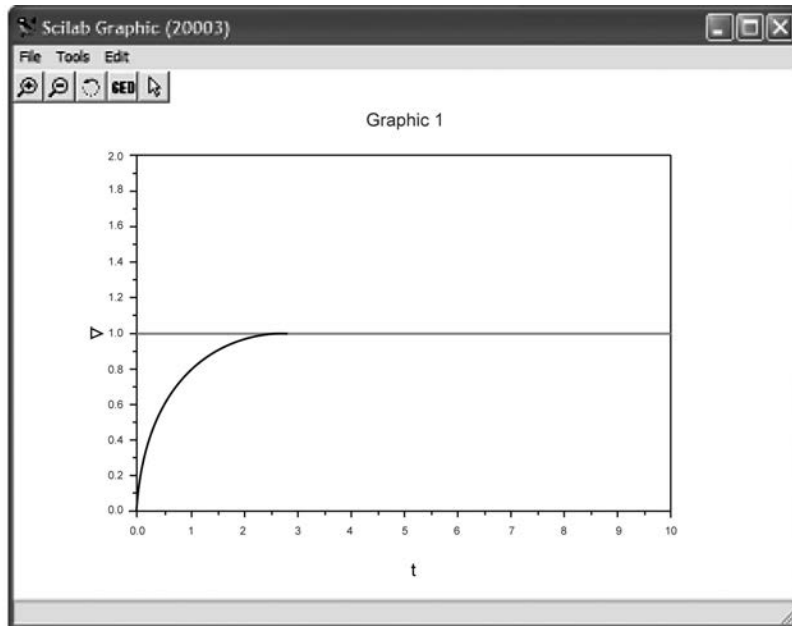


Figura 2.35 Resposta do processo de dois tanques em série a uma entrada degrau unitário na vazão de entrada do primeiro tanque.

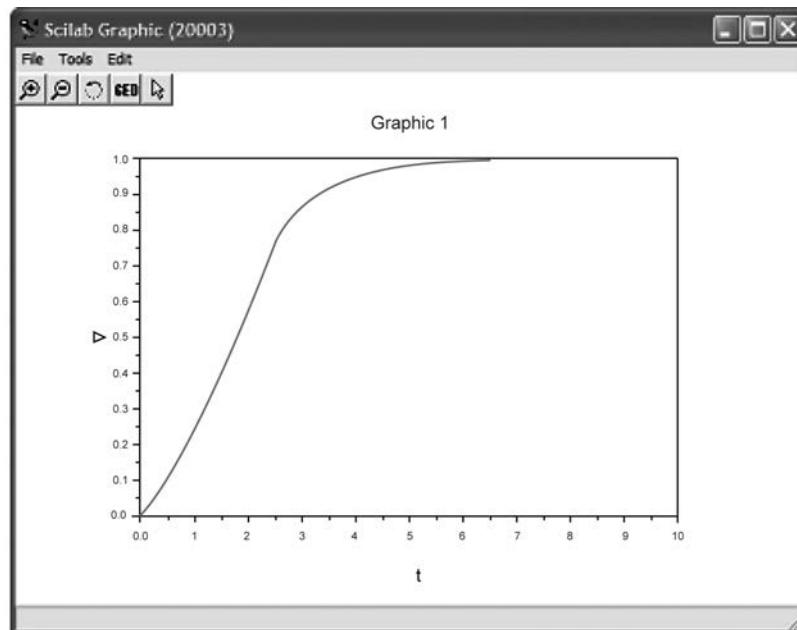


Figura 2.36 Resposta do nível do segundo tanque.

Esses resultados podem ser estendidos para sistemas de ordem superior, isto é, mais tanques em série. Os níveis nos tanques posteriores respondem a um degrau unitário na vazão de entrada do primeiro tanque com curvas semelhantes aos de segunda ordem, apenas com constante de tempo superior e com pontos de inflexão mais ou menos acentuados, de acordo com os valores e quantidades

de constantes de tempo envolvidas, e que levam um tempo bem mais longo para atingir o novo valor em regime estacionário.

2.7 Tempo morto (atraso por transporte)

Nos exemplos de modelagem assumimos que, quando ocorre uma alteração em uma das variáveis de entrada (perturbações e variáveis manipuladas), seu efeito é instantaneamente observado nas variáveis de estado e nas saídas.

Na realidade, quando uma variável de entrada de um sistema varia, há um intervalo de tempo (curto ou longo) durante o qual nenhum efeito é observado nas saídas do sistema. Esse intervalo de tempo é chamado tempo morto.

O tempo morto na dinâmica de processo normalmente é o tempo que leva para o material se mover ou ser transportado de um ponto a outro. Esta é a razão pela qual o termo equivalente *atraso por transporte* é utilizado também para descrever tempo morto. Pode ocorrer em muitos processos em que uma variável físico-química do material em movimento esteja sendo medida. Como exemplo, pode-se citar temperatura ou composição química de fluidos.

O tempo morto pode ser definido mais precisamente como o tempo decorrido após a ocorrência de um distúrbio no processo até que seja notada uma variação na saída do mesmo. Ele é realmente o elemento mais difícil de se controlar utilizando os métodos de realimentação, razão pela qual um bom entendimento da ideia básica é muito importante.

Muitos sistemas dinâmicos reais apresentam um atraso puro de tempo. A modelagem matemática desse fenômeno é de suma importância porque atrasos de tempo têm efeito desestabilizador em malhas de controle. Consequentemente, é desejável que o modelo a ser usado em projeto de sistemas de controle inclua o retardo puro de tempo sempre que o sistema original apresentar tal característica.

Para ilustrar processos em que ocorre tempo morto, considere o escoamento de um líquido através de um tubo mostrado na Figura 2.37.

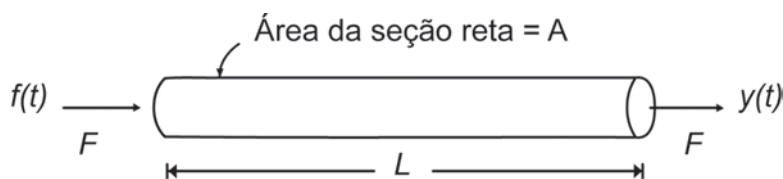


Figura 2.37 Sistema com retardo por transporte.

- densidade $\rho = \text{constante}$;
- capacidade calorífica $C_p = \text{constante}$;
- parede do tubo apresenta capacidade calorífica desprezível;
- perfil de velocidade reto.

A temperatura $f(t)$ do fluido que entra no tubo varia com o tempo. Deseja-se obter a resposta da temperatura de saída $y(t)$. Considerando que o sistema esteja inicialmente em regime estabelecido,

$$y_s = f_s \tag{2.11}$$

Uma perturbação em $f(t)$ no instante $t = 0$, como mostrado na Figura 2.38, não será percebida na extremidade final do tubo antes de t_d , em que t_d é o tempo necessário para o fluido que entra atravessar todo o tubo.

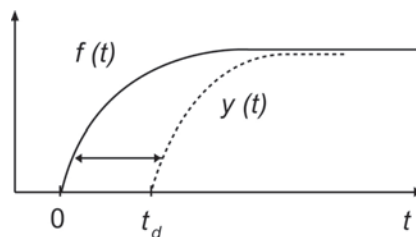


Figura 2.38 Resposta do retardo por transporte a um estímulo.

O tempo morto pode ser calculado pela expressão

$$t_d = \frac{\text{volume do tubo}}{\text{vazão volumétrica}}$$

$$t_d = \frac{AL}{F}$$

A relação entre $f(t)$ e $y(t)$ é

$$y(t) = f(t - t_d)u(t - t_d) \tag{2.12}$$

A função $y(t)$ é zero para $t < t_d$. Portanto, a relação 2.12 é a função $f(t)$ atrasada de t_d unidades de tempo.

Subtraindo a Equação 2.12 da Equação 2.11 e introduzindo as variáveis desvio:

$$f' = f - f_s$$

$$y' = y - y_s$$

obtém-se:

$$y'(t) = f'(t - t_d)u(t - t_d)$$

Tomando a Transformada de Laplace:

$$\bar{y}'(s) = e^{-st_d} \bar{f}'(s)$$

$$\frac{\bar{y}'(s)}{\bar{f}'(s)} = e^{-st_d} \text{ função de transferência} \quad (2.13)$$

A presença de um tempo morto num sistema de controle pode torná-lo muito mais difícil de controlar. Um controlador não pode fazer uma variável de processo responder antes do tempo morto. Em geral, deve-se evitar tais atrasos colocando os equipamentos próximos uns aos outros, sempre que possível.

2.8 Processo de primeira ordem com tempo morto

O modelo mais comum em estudo de controle de processos é conhecido como modelo de primeira ordem com tempo morto (Figura 2.39), e é dado na seguinte forma:

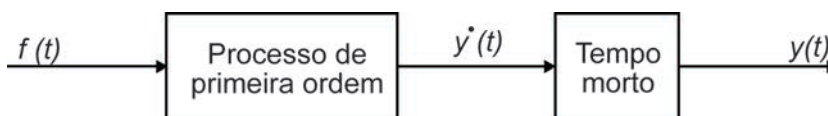


Figura 2.39 Processo de primeira ordem com tempo morto.

$$\tau_p \frac{dy}{dt} + y = K_p f(t - t_d)$$

em que t_d é o tempo morto.

A Transformada de Laplace dessa equação diferencial fornece a função de transferência de processos de primeira ordem com tempo morto.

$$\frac{\bar{y}(s)}{\bar{f}(s)} = \frac{K_p e^{-st_d}}{\tau_p s + 1}$$

Para entender melhor esse esquema, tomemos o seguinte exemplo:

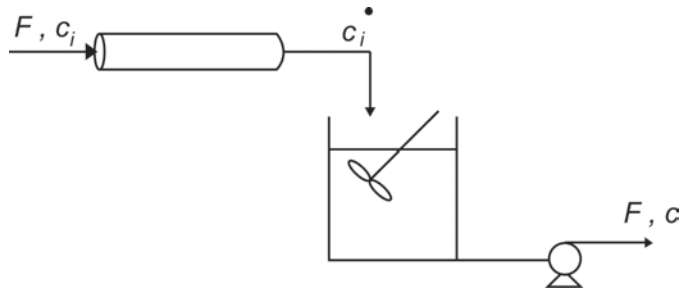


Figura 2.40 Tanque de mistura com retardo por transporte na corrente afluyente.

Supondo que o volume do tubo na entrada seja significativo, então haverá atraso por transporte entre variações na concentração de alimentação na entrada e na saída do tubo. O atraso pode ser calculado por:

$$t_d = \frac{V_t}{F}$$

em que V_t é o volume do tubo. A relação entre a concentração na saída do tubo e a concentração na entrada do tubo é dada por:

$$c_i^*(t) = c_i(t - t_d)$$

isto é, a concentração na saída do tubo é igual a da entrada t_d instantes atrás. A equação de modelagem é:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{F}{V} c_i^*(t) - \frac{F}{V} c$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{F}{V} c_i(t - t_d) - \frac{F}{V} c$$

em termos de variáveis desvio.

Tomando a Transformada de Laplace dessa equação, obtém-se:

$$s\bar{c}(s) = \frac{F}{V}\bar{c}_i(s)e^{-t_d s} - \frac{F}{V}\bar{c}(s)$$

$$s\bar{c}(s) + \frac{F}{V}\bar{c}(s) = \frac{F}{V}\bar{c}_i(s)e^{-t_d s}$$

$$\frac{V}{F}s\bar{c}(s) + \bar{c}(s) = \bar{c}_i(s)e^{-t_d s}$$

$$\left(\frac{V}{F}s + 1\right)\bar{c}(s) = \bar{c}_i(s)e^{-t_d s}$$

$$\bar{c}(s) = \frac{e^{-t_d s}}{\frac{V}{F}s + 1}\bar{c}_i(s)$$

Se fizermos $V/F = \tau_p$, a equação torna-se:

$$\bar{c}(s) = \frac{e^{-t_d s}}{\tau_p s + 1}\bar{c}_i(s)$$

Exemplo 2.3 Para ilustrar processos em que ocorre tempo morto, considere o processo de aquecedor tanque com agitação mostrado na Figura 2.41. O aquecedor tem uma capacidade de 56,575 L. A água entra no tanque e dele sai a uma vazão constante de 272,4 kg/min. A água quente que deixa o tanque entra numa seção bem isolada de um tubo de 15,24 cm de diâmetro interno. Suponha que se deseja medir a temperatura na saída do tanque. Para tal, um termopar é posicionado imediatamente após o tanque e um outro é posicionado a 61 cm em relação ao primeiro, nessa mesma seção. A temperatura de entrada é de 23,88 °C e a carga térmica mantida constante a 1.000 kW.

Dados: $\rho = 997 \text{ kg/m}^3$, $C_p = 4,18 \text{ kJ/(kg K)}$

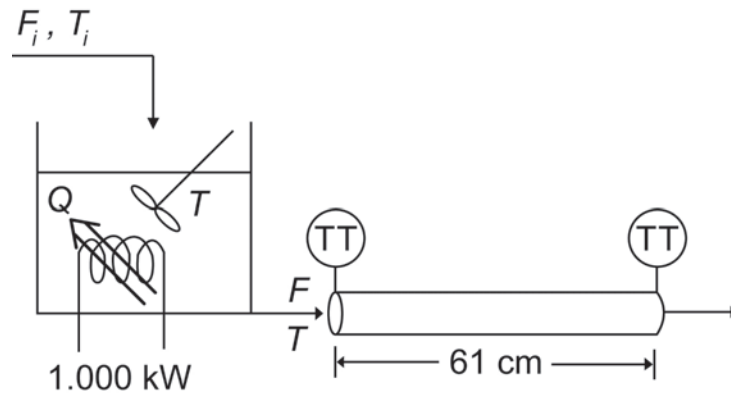


Figura 2.41 Aquecedor tanque com agitação com retardo por transporte na corrente efluente.

Balço de energia no tanque em regime transiente:

$$\rho VC_p \frac{dT}{dt} = F_i \rho C_p T_i - F \rho C_p T + Q$$

A água entra no tanque e dele sai a uma vazão constante de 272,4 kg/min.

$$F_i \rho = F \rho = 272,4 \text{ kg/min}$$

Assim, o balanço de energia em regime transiente simplifica para

$$\rho VC_p \frac{dT}{dt} = F \rho C_p (T_i - T) + Q \quad (1)$$

Balço de energia no tanque em regime permanente:

$$F_i \rho C_p T_{is} - F \rho C_p T_s + Q = 0$$

$$F \rho C_p (T_{is} - T_s) + Q = 0 \quad (2)$$

$$T_s = T_{is} + \frac{Q}{F \rho C_p}$$

$$T_s = 23,88 + \frac{1000(60)}{272,4(4,18)} = 23,88 + 52,69 = 76,57 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Como o primeiro termopar é posicionado imediatamente após o tanque, vale a igualdade:

$$T_{m1} = T$$

No regime permanente, a leitura dos dois termopares é a mesma. Portanto,

$$T_{m1s} = T_{m2s} = T_s = 76,57 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Expressando o balanço de energia no regime transiente em variáveis desvio, tem-se:

$$\rho V C_p \frac{dT'}{dt} = F \rho C_p (T_i' - T') \quad (3)$$

$$\frac{V}{F} \frac{dT'}{dt} = T_i' - T'$$

com a condição inicial $T'(0) = 0$.

Tomando a Transformada de Laplace, temos a seguinte função de transferência:

$$\frac{\bar{T}'(s)}{\bar{T}_i'(s)} = \frac{1}{\frac{V}{F}s + 1}$$

Se fizermos $V/F = \tau_p$, a equação torna-se:

$$\frac{\bar{T}'(s)}{\bar{T}_i'(s)} = \frac{1}{\tau_p s + 1}$$

A vazão volumétrica é dada por:

$$F = \frac{272,4}{997} = 0,2732 \text{ m}^3/\text{min}$$

A constante de tempo é dada por:

$$\tau_p = \frac{56,575}{273,2} = 0,207 \text{ min}$$

A função de transferência da seção de 61 cm de tubo, que corresponde ao retardo por transporte, é:

$$\frac{\bar{T}'_{m2}(s)}{\bar{T}'(s)} = e^{-t_d s}$$

em que t_d é o tempo necessário para o fluido percorrer o comprimento do tubo.

$$t_d = \frac{AL}{F} = \frac{\pi(15,24)^2}{4} \frac{(61)}{273,2(1.000)(60)} = 0,0407 \text{ min.}$$

Se a temperatura de entrada for variada em 2,77 °C, aumentando para 26,65 °C, qual a leitura dos dois termopares? A janela do modelo com os blocos do aquecedor é mostrada na Figura 2.42.

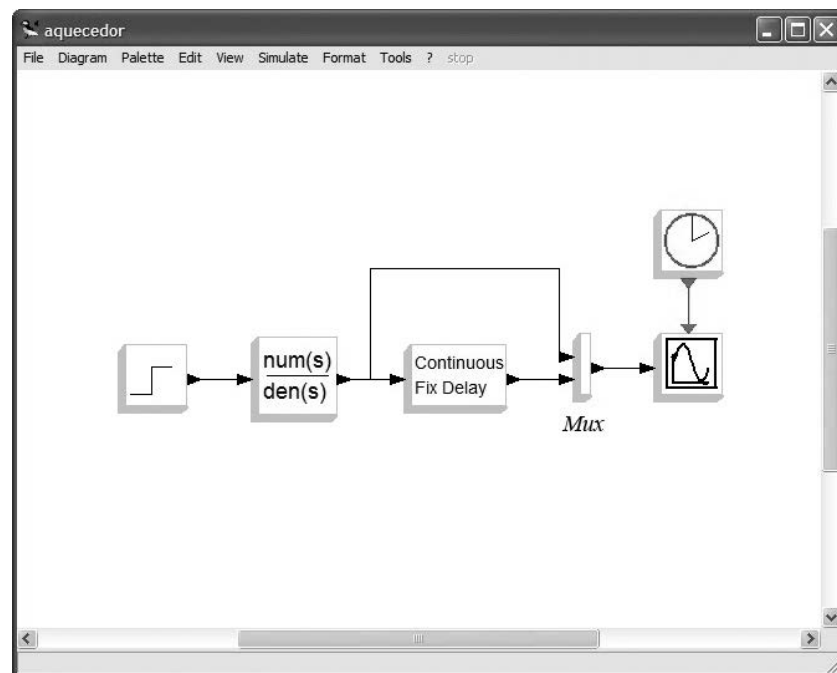


Figura 2.42 Janela do modelo.

O bloco CLR corresponde à função de transferência $\bar{T}'(s)/\bar{T}_i'(s)$.

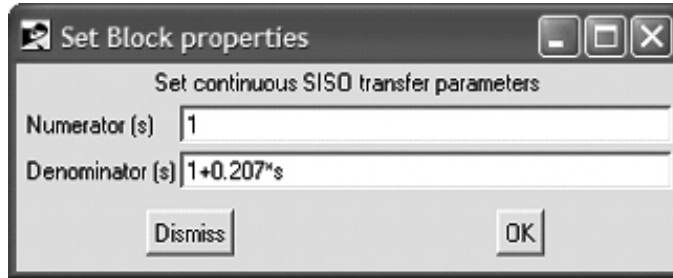


Figura 2.43 Janela de parâmetros.

O bloco Time delay corresponde ao retardo por transporte.

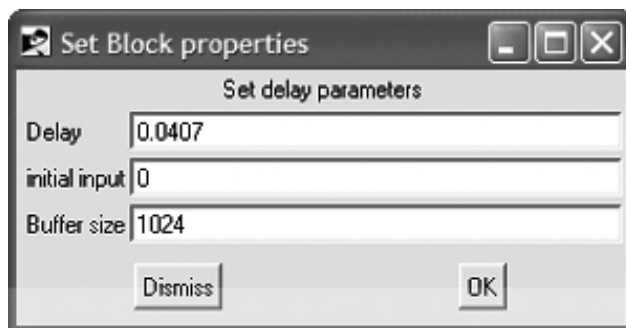


Figura 2.44 Janela de parâmetros.

A leitura dos termopares é mostrada na Figura 2.45. A curva preta corresponde à leitura do primeiro termopar e a curva cinza para leitura do segundo termopar. Note que a curva cinza é idêntica à curva preta, apenas deslocada de 0,0407 min.

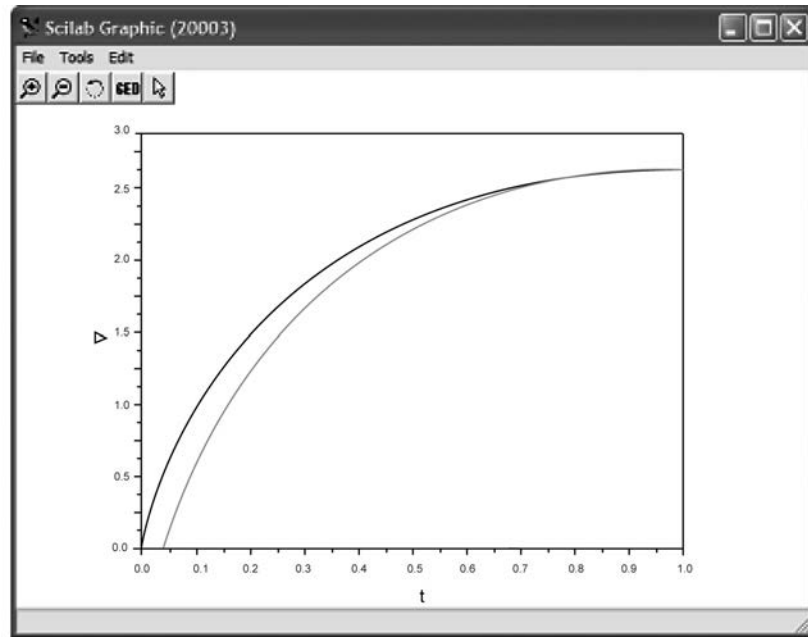


Figura 2.45 Leitura dos termopares.

2.9 Processo de segunda ordem com tempo morto

O modelo descrito na seção anterior, apesar de ser o mais usado para estudos, apresenta, por ser de primeira ordem, o problema de não possuir uma curva da resposta ao degrau com o formato em S, que é comum em processos químicos. O processo de segunda ordem com tempo morto é representado na Figura 2.46.

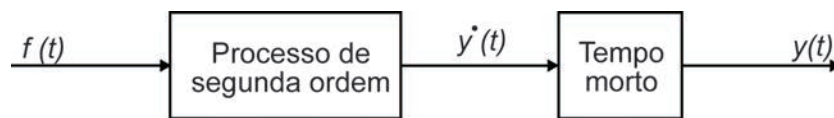


Figura 2.46 Processo de segunda ordem com tempo morto.

A forma padrão de tais processos é:

$$\tau^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\zeta\tau \frac{dy}{dt} + y = K_p f(t - t_d)$$

em que t_d é o tempo morto. A função de transferência é dada por:

$$\frac{\bar{y}(s)}{\bar{f}(s)} = \frac{K_p e^{-t_d s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

UNIDADE 3

Componentes de um sistema de controle

3.1 Primeiras palavras

Nesta unidade é apresentado o controle por realimentação: os componentes do sistema de controle e instrumentação.

O sistema de controle pode ser dividido, basicamente, nos seguintes componentes:

- processo;
- elemento de medida (sensor/transmissor);
- controlador;
- elemento final de controle (válvula de controle).

Na Unidade 2 foram estudadas as características dinâmicas e de regime estável de processos comuns encontrados na indústria de processos. Nesta unidade, são dadas informações básicas sobre o controlador e outros equipamentos do sistema de controle, tais como transmissores, válvulas, etc.

3.2 Problematizando o tema

Seja o processo da Figura 3.1.

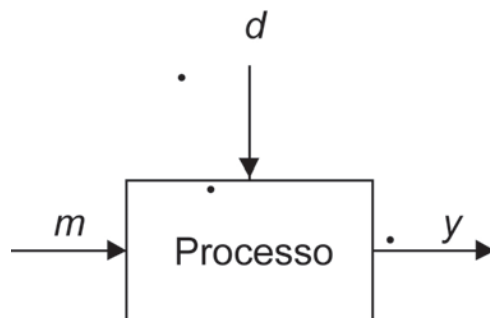


Figura 3.1 Processo.

em que:

y = saída ou variável de processo (também conhecido como *process variable* ou PV);

m = entrada ou variável manipulada (também conhecido como *manipulated variable* ou MV);

d = carga ou distúrbio (também conhecido como *disturbance variable* ou DV).

Como o distúrbio d varia de maneira imprevisível, o objetivo de controle é manter a saída \mathcal{T} no valor desejado $d_{//}$ (também conhecido como *set point* ou SP).

A ação de controle resume-se nas seguintes etapas:

- Medir o valor da saída do processo (vazão, pressão, nível de líquido, temperatura e composição) usando dispositivos apropriados. Seja T_c o valor indicado pelo medidor.
- Comparar o valor indicado T_c com o valor desejado $d_{//}$ da saída. Seja o desvio (erro) $\varepsilon = y_{sp} - y_m$.
- O valor do desvio ε é fornecido ao controlador. Este, por sua vez, muda o valor da variável manipulada m de maneira a reduzir o erro ε . Normalmente, o controlador não age diretamente sobre a variável manipulada, mas por intermédio de outro dispositivo (normalmente uma válvula de controle), conhecido como elemento final de controle. Assim, a variável de saída do controlador c (também conhecido como *controller output* ou CO) atua sobre o elemento final de controle.

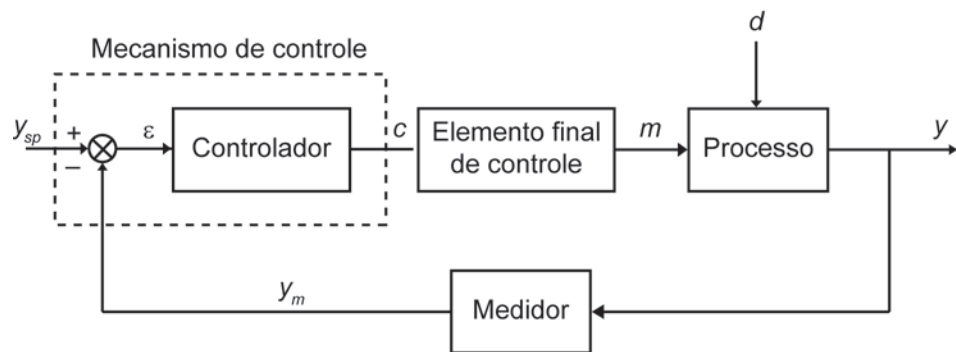


Figura 3.2 Sistema básico de uma malha de controle.

3.3 Controladores PID

Nesta seção é apresentada uma breve descrição sobre controladores PID (Proporcional-Integral-Derivativo) e os fundamentos matemáticos envolvidos na teoria desses controladores. O controlador PID é, certamente, o algoritmo de controle por realimentação mais utilizado na indústria.

O controlador recebe o sinal $y_m(t)$ e o compara ao *set point* $d_{//}$ para produzir o sinal de atuação $c(t)$, de maneira que a saída retorne ao valor desejado $d_{//}$. Portanto, a entrada ao controlador é o erro $\varepsilon(t) = y_{sp} - y_m(t)$, enquanto sua saída é $c(t)$. O algoritmo PID usa o erro em três modos distintos para produzir o sinal de saída:

- P – proporcional.
- I – integral.
- D – derivativo.

Apesar de ter a disponibilidade das ações desses três modos, em muitas aplicações não se faz necessária a utilização de um ou mais desses modos. Assim, é bastante comum encontrar os seguintes tipos de controladores:

- Controlador Proporcional (P).
- Controlador Proporcional-Integral (PI).
- Controlador Proporcional-Derivativo (PD).
- Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID).

Estima-se que o controlador PI atende de 70 a 90% das aplicações em uma indústria.

3.3.1 Controlador Proporcional (Controlador P)

A saída é proporcional ao erro e pode ser expressa por

$$c(t) = K_c \varepsilon(t) + c_s \quad (3.1)$$

A Equação 3.1 mostra que a saída do controlador é proporcional ao erro entre o *set point* e a variável controlada. A proporcionalidade é dada pelo ganho proporcional do controlador, K_c . Esse ganho, ou sensibilidade do controlador, determina o quanto a saída do controlador varia para determinada variação no erro.

Para controladores de propósitos gerais, K_c é adimensional. Essa situação ocorrerá se ε tiver as mesmas unidades. Alguns controladores, especialmente os modelos antigos, têm uma banda proporcional ajustada ao lugar de ganho do controlador. A banda proporcional PB (em %) é definida como:

$$PB = \frac{100}{K_c}$$

Essa definição se aplica somente se K_c for adimensional. Note que uma banda proporcional pequena (estreita) corresponde a um ganho de controlador grande, enquanto um PB grande (largo) implica um valor pequeno de K_c . Usualmente, $1 \leq PB \leq 500$ (STEPHANOPOULOS, 1984).

Definindo-se o desvio do sinal de atuação $c'(t)$ como

$$c'(t) = c(t) - c_s$$

então, reescrevendo a Equação 3.1 em termos de variáveis desvio, tem-se:

$$c'(t) = c(t) - c_s \quad (3.2)$$

A Transformada dessa equação fornece a função de transferência do controlador P:

$$c'(t) = K_c \varepsilon'(t) \quad (3.3)$$

A Figura 3.3 mostra a ação do controlador proporcional. Como pode ser observado na figura, o controle proporcional tem ação instantânea e possui a mesma dinâmica que o erro, sendo que a magnitude da sua ação é diretamente proporcional ao erro pelo fator K_c . Dessa forma, se o erro não variar, isto é, permanecer constante, a saída do controlador P também não irá variar. Portanto, esses controladores permitem um erro em regime permanente (também conhecido como *offset*), ou seja, eles podem encontrar um ponto de equilíbrio em que existe um desvio entre o *set point* e a variável controlada.

A grande desvantagem desse tipo de controle é que sempre há um erro residual quando o sistema sofre uma perturbação, isto é, existe um *offset* em relação ao *set point*. Esse fato acontece, como pode ser observado na Equação 3.2, devido à impossibilidade de se ter um sinal de erro atuante nulo ($\varepsilon' = 0$) para um sinal de controle não nulo ($c' \neq 0$).

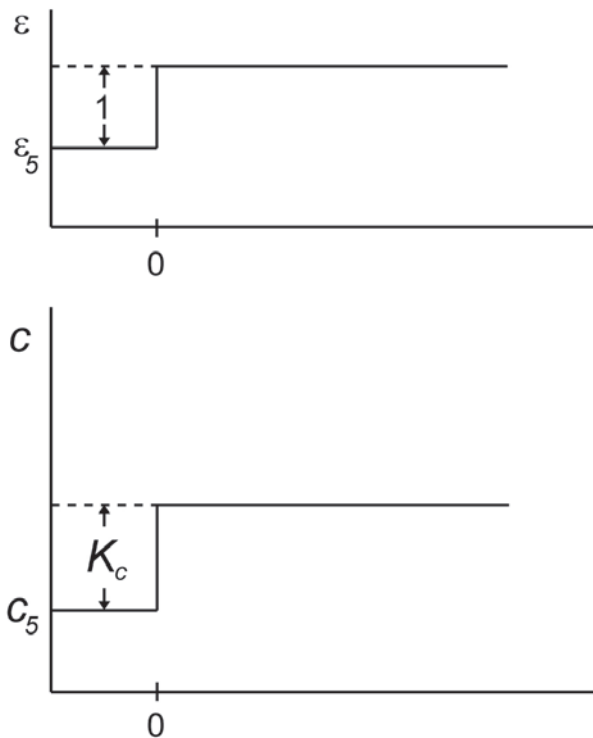


Figura 3.3 Resposta do controlador P a uma variação degrau no erro.

Ação direta ou reversa

O ganho do controlador pode ser positivo ou negativo. Quando $K_c > 0$, a saída do controlador $c(t)$ aumenta quando o sinal de entrada $y_m(t)$ diminui. Esse é um controlador de ação reversa. Quando $K_c < 0$, o controlador é de ação direta, uma vez que a saída do controlador aumenta com o aumento da entrada. Note que essas definições são baseadas no sinal de entrada $y_m(t)$, em vez de baseadas no sinal de erro $\varepsilon(t)$. O sinal correto depende da ação do transdutor (normalmente é direto), da ação da válvula (ar para abrir ou ar para fechar) e do efeito da variável manipulada sobre a variável controlada.

3.3.2 Controlador Proporcional-Integral (Controlador PI)

O sinal de atuação relacionado ao erro é dado pela equação:

$$c(t) = K_c \varepsilon(t) + \frac{K_c}{\tau_i} \int \varepsilon(t) dt + c_s \quad (3.4)$$

T_c é a constante de tempo integral. A função de transferência do controlador PI é dada por:

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right) \quad (3.5)$$

Tanto T_c como T_i são ajustáveis. Usualmente, $0,1 \leq \tau_I \leq 50 \text{ min}$ (STEPHANOPOULOS, 1984). Alguns fabricantes preferem usar o termo taxa de reajuste (*reset time*), que é definida como o inverso de T_c ($1/\tau_I$).

3.3.3 Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (Controlador PID)

Às vezes, um outro modo de controle é adicionado ao controlador PI. O novo modo de controle é a ação derivativa. A saída do controlador é dada por:

$$c(t) = K_c \varepsilon(t) + \frac{K_c}{\tau_I} \int \varepsilon(t) dt + K_c \tau_D \frac{d\varepsilon}{dt} + c_s \quad (3.6)$$

em que T_c é o tempo derivativo. A função de transferência do controlador PID é dada por:

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \quad (3.7)$$

Observações

O problema da escolha dos modos a serem usados numa aplicação específica não tem, em geral, uma solução definitiva. O ideal é escolher o controlador mais simples que produzirá um controle adequado. A seguir, são fornecidas algumas informações úteis que podem auxiliar na seleção dos modos de controle.

- a) O controle P tem a vantagem de sintonizar apenas um parâmetro: K_c . Entretanto, ele apresenta uma grande desvantagem, a de operar a variável controlada com erro estacionário.
- b) Para entender o significado físico do tempo integral, τ_I , considere o exemplo hipotético da resposta do controlador PI a uma variação de grau unitário no erro, como mostra a Figura 3.4.

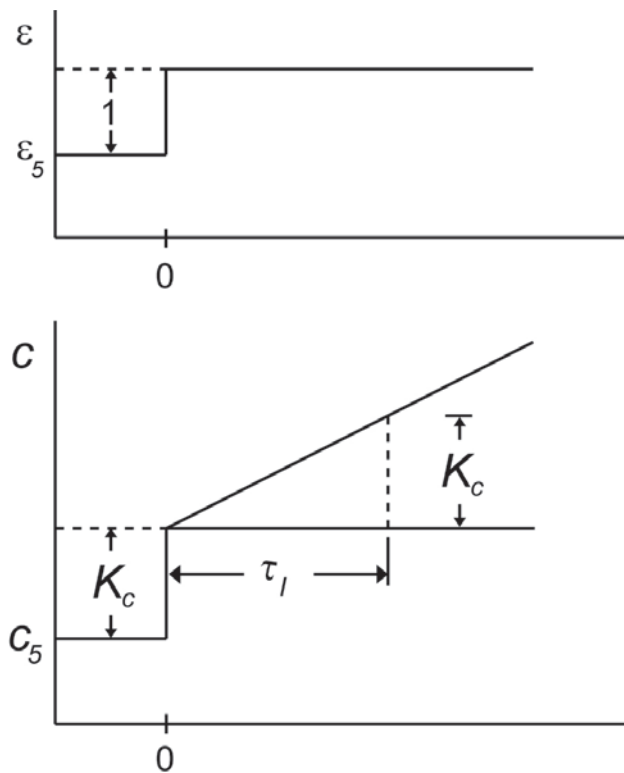


Figura 3.4 Resposta do controlador PI a uma variação degrau no erro.

T_c é o tempo que o controlador leva para repetir a ação proporcional. Quanto menor o valor de T_c , mais acentuada a curva resposta, isso significa que a resposta do controlador se torna mais rápida. Uma outra forma de explicar isso é olhar a Equação 3.4. Quanto menor o valor de T_c , maior o termo na frente do integral, K_c/τ_I , e, conseqüentemente, maior o peso dado à ação de integração. A mudança instantânea na saída do controlador é devida à ação proporcional do controlador. Já a mudança contínua com o tempo é devida à ação integral do controlador. Como consequência, tem-se que o controlador PI não irá aceitar um erro em regime permanente, pois a saída do controlador tenderá a saturar, ou seja, abrir ou fechar totalmente uma válvula na saída do controlador, buscando a completa eliminação do erro.

- c) Para entender o significado físico do tempo derivativo, τ_D , considere o exemplo hipotético da resposta do controlador PD a uma variação rampa no erro, como mostra a Figura 3.5. Assim,

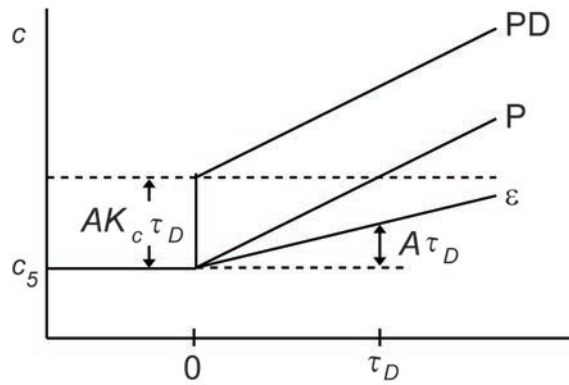


Figura 3.5 Resposta do controlador PD a uma variação rampa no erro.

$$\varepsilon(t) = At$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = A \quad (3.8)$$

A saída do controlador é dada por:

$$c(t) = K_c \varepsilon(t) + K_c \tau_D \frac{d\varepsilon}{dt} + c_s \quad (3.9)$$

e substituindo a Equação 3.8 na Equação 3.9 tem-se:

$$c(t) = AK_c t + AK_c \tau_D + c_s$$

Observa-se na Figura 3.5 que a ação proporcional é uma rampa e a ação derivativa soma um valor constante $AK_c \tau_D$ a esta rampa. Portanto, o efeito da ação derivativa é antecipar a variação linear no erro, adicionando $AK_c \tau_D$ à saída da ação proporcional.

- a) O propósito de adicionar a ação derivativa ao controle PI é antecipar para onde vai o processo olhando a taxa de variação no erro, ou seja, sua derivada, e aplicar uma ação de controle proporcional à taxa corrente da variação no erro. Essa adição da ação derivativa à ação PI promove melhora sensível na resposta.
- b) As funções de transferências que contêm a ação derivativa são funções de transferências ideais uma vez que elas são fisicamente irrealizáveis. Os controladores comerciais normalmente aproximam o comportamento do controlador PID ideal (Equação 3.7), usando função de transferência da forma:

$$G_c(s) = K_c \left(\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s} \right) \left(\frac{\tau_D s + 1}{\alpha \tau_D s + 1} \right)$$

em que α é um número pequeno, tipicamente entre 0,05 e 0,2 (SEBORG, EDGAR & MELLICHAMP, 1989).

- c) Uma desvantagem da ação integral é o fenômeno conhecido como *reset windup* (“sobe ao vento”). Lembrando que a ação integral varia a saída do controlador enquanto $\varepsilon(t) \neq 0$. Portanto, se um erro sustentado persistir, o termo integral se tornará grande e, eventualmente, a saída do controlador saturará. O crescimento do termo integral quando o controlador já está saturado é referido como *reset windup*. Este ocorre quando um controlador PI ou PID encontra um erro sustentado. Nessa situação, uma limitação física (válvula de controle completamente aberta ou fechada) não deixará o controlador reduzir o erro a zero. Obviamente é indesejável ter um termo integral que continue a crescer após a saída do controlador ter saturado, pois o controlador já está fazendo de tudo para reduzir o erro. Felizmente, encontra-se disponível nos controladores comerciais o *antireset windup*, que cessa temporariamente a ação de controle integral sempre que a saída do controlador saturar. A ação de controle integral prossegue quando a saída não está saturada.

3.4 Dispositivos de medição e de atuação

No lado entre a saída do processo e a entrada do controlador podem haver diversos instrumentos associados com a medição básica da variável controlada e com a transmissão do sinal de medição ao painel de controle. Cada um desses instrumentos tem características dinâmicas ou de regime estacionário que podem influir na operação da malha de controle.

O sensor é o instrumento utilizado para fazer a medição diretamente no processo, podendo ser um termopar, uma placa de orifício para vazão, um tubo Bourdon para pressão ou qualquer outro dispositivo. Em aplicações industriais, o sensor é, geralmente, combinado com um transmissor para proporcionar um sinal de saída padrão a fim de transmitir a medição à distância. Por isso, ao se considerar as características do sistema de medição, deve-se examinar a combinação sensor/transmissor.

Esses elementos normalmente introduzem atrasos na malha de controle, os quais, em geral, são pequenos quando comparados com os tempos de resposta envolvidos no processo propriamente dito. Dessa forma, é comum desprezar a dinâmica de medição e de atuação, quando comparada com a dinâmica do

processo. No entanto, desprezar a dinâmica de medição e de atuação quando o tempo de resposta dos mesmos não é desprezível perante o tempo de resposta do processo, pode levar a erros grandes.

É comum modelar esses elementos por meio de um atraso de primeira ordem com os parâmetros experimentalmente medidos ou extraídos da literatura técnica correlata.

3.4.1 Dispositivo de medição

Dispositivos que convertem informações físicas ou químicas de uma forma em uma forma física diferente são denominados transdutores. A Figura 3.6 ilustra a configuração geral de um transdutor que consiste tipicamente em um elemento sensor combinado com um transmissor.

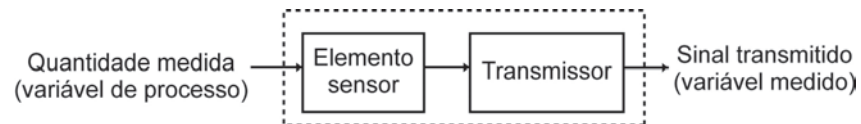


Figura 3.6 Transdutor de processo típico.

Os sinais padronizados mais utilizados para transmissão são:

- transmissão pneumática: 3-15 psi;
- transmissão eletrônica: 4-20 mA.

Os transmissores geralmente são de ação direta, isto é, o sinal de saída cresce proporcionalmente à variável medida. Além disso, a maioria dos transmissores comerciais possui a faixa de entrada ajustável.

O comportamento estático de sensores e transmissores lineares é descrito por seu ganho em regime estacionário:

$$K_m = \frac{\text{Faixa da saída do instrumento}}{\text{Faixa da entrada do instrumento}} \quad (3.10)$$

A faixa de medição dos transdutores é caracterizada por dois parâmetros:

- o zero da faixa: corresponde ao valor inicial da faixa de medição;
- largura da faixa (*span*): corresponde à diferença entre o fundo e o zero da faixa de medição.

Para um instrumento não linear, o ganho em qualquer ponto de operação é a tangente à característica entrada/saída no ponto de operação.

Supondo que um transmissor de temperatura esteja calibrado para medir de 50 a 150 °C, tem-se a seguinte correspondência:

Entrada	Saída
50 °C	4 mA
150 °C	20 mA

Esse transdutor apresenta um limite inferior ou “zero” de 50 °C e largura da faixa de 100 °C. A relação entre o sinal da saída do transmissor e a entrada é dada por:

$$T_m (mA) = K_m (T - \text{zero da faixa}) + 4 \text{ mA}$$

$$T_m (mA) = \left(\frac{20 \text{ mA} - 4 \text{ mA}}{150 \text{ °C} - 50 \text{ °C}} \right) (T - 50 \text{ °C}) + 4 \text{ mA}$$

$$T_m (mA) = \left(0,16 \frac{\text{mA}}{\text{°C}} \right) (T \text{ °C}) - 4 \text{ mA}$$

em que T é a temperatura medida pelo sensor. Por exemplo, caso tivesse $T = 100 \text{ °C}$:

$$T_m (mA) = \left(0,16 \frac{\text{mA}}{\text{°C}} \right) (100 \text{ °C}) - 4 \text{ mA} = 12 \text{ mA}$$

Alguns sensores típicos usados para medir saídas de processos mais comuns são:

Sensor de vazão

Placa de orifício

Os sensores de vazão têm dinâmica muito rápida e são, normalmente, modelados por equações algébricas simples:

$$\text{vazão} = \alpha \sqrt{\Delta p}$$

em que T é uma constante determinada pelas características de construção.

Sensor de pressão

Tais sensores são empregados para medir a pressão de um processo ou a diferença de pressão que será utilizada para calcular o nível de líquido ou vazão.

Os dispositivos que usam diafragmas são modelados por equações diferenciais de segunda ordem (balanço de força).

$$\tau^2 \frac{d^2 z}{dt^2} + 2\zeta\tau \frac{dz}{dt} + z = K_p \Delta p$$

em que:

z = deslocamento do diafragma;

Δp = diferença de pressão;

τ , ζ e K_p = três parâmetros do sistema de segunda ordem definidos pelas características de construção do dispositivo.

Sensor de temperatura

Os mais comuns são os termopares.

a) Somente resistência do filme externo.

São modelados por um sistema de primeira ordem:

$$\tau_p \frac{dT_m}{dt} + T_m = T$$

b) Resistência dos filmes interno e externo.

A leitura do termopar exibe comportamento de segunda ordem:

$$\tau^2 \frac{d^2 T_m}{dt^2} + 2\zeta\tau \frac{dT_m}{dt} + T_m = T$$

3.4.2 Elemento final de controle

Como foi mostrado na Figura 3.2, o sinal de entrada do controlador é o erro e o seu sinal de saída é alimentado ao elemento final de controle, dispositivo que permite a manipulação de uma variável de processo. Os elementos finais de controle ajustam a vazão de materiais e, indiretamente, as taxas de transferência de energia para o processo.

Na maioria dos processos industriais, o elemento final de controle mais comum para manipular vazão de fluido é a válvula de controle. Esta, tipicamente, utiliza algum tipo de acionamento mecânico para mover o obturador da válvula em sua sede, abrindo ou fechando a área de passagem do fluido. O acionador mecânico pode ser um motor de corrente contínua, um motor de passo, um atuador eletro-hidráulico ou ainda um atuador pneumático constituído por um diafragma operado pneumaticamente, e que move a haste da válvula contra a força oposta de uma mola fixa.

Apesar do crescente uso de válvulas motorizadas, a maioria das aplicações de controle de processos utiliza válvulas de controle pneumáticas, em que o sinal de entrada é uma pressão de ar, e a válvula abre e fecha à medida que varia a pressão de ar sobre o diafragma associado a uma mola. A Figura 3.7 mostra o esquema de uma válvula de controle pneumática que contém um dispositivo pneumático (motor da válvula) que move a haste da válvula à medida que varia a pressão sobre um diafragma associado a uma mola. A haste posiciona um tampão num orifício existente no corpo da válvula. Conforme a pressão aumenta, o tampão se move para baixo, limitando o fluxo através da válvula. Esta ação é chamada de ar para abrir. Os motores das válvulas são, muitas vezes, construídos de modo a apresentar a posição proporcional à pressão no topo da válvula. A maioria das válvulas comerciais varia de uma posição totalmente aberta a totalmente fechada, à medida que a pressão vai de 3 a 15 psig.

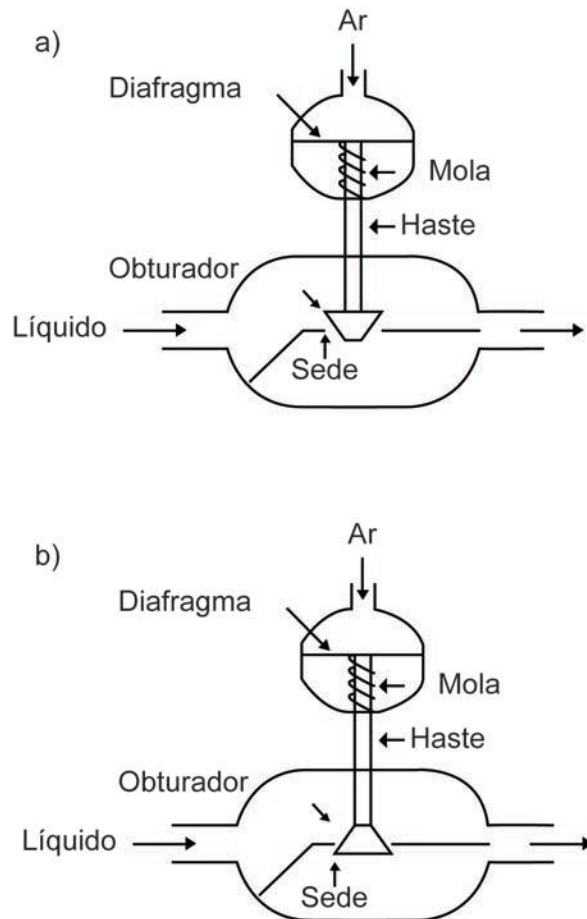


Figura 3.7 Válvulas pneumáticas: a) ar para fechar; b) ar para abrir.

Visto que é muito comum ter controladores eletrônicos analógicos ou digitais controlando válvulas pneumáticas, pode ser necessário introduzir na malha um conversor I/P, que converte corrente em pressão, tipicamente 4-20 mA em 3-15 psi, e normalmente é assumido com característica linear e dinâmica desprezível (resposta muito rápida), resultando em uma função de transferência que meramente consiste em um ganho estacionário d_{II} .

$$K_{IP} = \frac{15 \text{ psi} - 3 \text{ psi}}{20 \text{ mA} - 4 \text{ mA}} = \frac{12 \text{ psi}}{16 \text{ mA}} = 0,75 \frac{\text{psi}}{\text{mA}}$$

Há vários aspectos em válvulas de controle: ação, características e tamanho.

Tipo de ação das válvulas

As válvulas são projetadas de modo que, em casos de emergência, fiquem completamente abertas ou fechadas. O tipo de ação depende do efeito da variável manipulada sobre a segurança do processo. Por exemplo, se a válvula manuseia vapor ou combustível, gostaríamos que o fluxo fosse interrompido numa emergência (válvula fechada). Se a válvula manuseia água de refrigeração de

um reator, gostaríamos que a vazão fosse máxima numa emergência (válvula aberta). A Figura 3.7 mostra os dois tipos de ação. A válvula ar para fechar é quando, aumentando-se a pressão do ar, fecha-se mais a válvula. Se o sinal do ar comprimido cair para zero por causa de alguma falha (por exemplo, interrupção da linha do suprimento de ar de instrumentação), essa válvula ficará aberta, uma vez que a mola empurrará o diafragma para cima abrindo a válvula. A válvula pode ser ar para abrir invertendo-se a ação do obturador. Aumentando-se a pressão do ar, abre-se mais a válvula. Portanto, a escolha do tipo de válvula a ser usada é baseada em considerações de segurança.

A ação do controlador deve ser escolhida corretamente em função do processo, para que funcione corretamente. A escolha errada pode provocar uma instabilidade no sistema, e o controlador não conseguirá operar em automático.

Tamanho das válvulas

A vazão através de uma válvula depende do tamanho desta, da queda de pressão na válvula, da posição da haste e das propriedades do fluido. A equação de projeto para líquidos *nonflashing* é:

$$F = C_v f(x) \sqrt{\frac{\Delta p}{sp\ gr}}$$

em que:

F = vazão;

C_v = coeficiente da válvula;

x = posição da haste (fração de abertura);

$f(x)$ = fração da área de escoamento da válvula (a curva de $f(x)$ versus x é chamada de curva característica inerente da válvula);

$sp\ gr$ = peso específico (relativo à água);

Δp = queda de pressão na válvula.

A característica inerente da válvula, $f(x)$, depende da forma geométrica do obturador e da sede da válvula.

Características das válvulas

Em geral, a vazão do fluido através da válvula depende das pressões a montante e a jusante, bem como do tamanho da abertura no interior da válvula. Quando o obturador e a sede (ou orifício) são modelados, podem-se obter várias relações entre a posição da haste e o tamanho da abertura (e, portanto, da vazão). Mudando o formato do obturador e da sede da válvula, diferentes relações entre

a posição da haste e a área de escoamento são conseguidas. A característica inerente é dada pelo gráfico da vazão através da válvula *versus* a posição da haste, para uma queda de pressão fixa, isto é, para pressões constantes a montante e a jusante através da válvula. A queda de pressão é a força propulsora do escoamento e, por isto, tem um efeito determinante nas características de vazão do processo. Nos casos em que a queda de pressão através da válvula é constante durante a operação, a característica inerente determina realmente a variação da vazão com a posição da haste.

As características inerentes de válvulas mais utilizadas são:

- **Linear:** $f(x) = x$ ou $f(x) = ax + b$

em que:

$$a + b = 1$$

$$b = R$$

Nesse caso, o fluxo no regime estabelecido (para pressões constantes a montante e a jusante) é proporcional à pressão pneumática no topo da válvula. Uma válvula com esta relação é chamada linear.

- Quadrática ou abertura rápida: $f(x) = \sqrt{x}$
- Igual porcentagem: $f(x) = R^{x-1}$

A válvula de igual porcentagem recebe esse nome porque a inclinação da curva $f(x)$ contra x , df/dx , é uma fração constante de f , conduzindo a uma mudança de igual porcentagem na vazão para uma mudança específica em x em qualquer ponto de operação da válvula.

- Hiperbólica: $f(x) = \frac{1}{R - (R - 1)x}$

em que R corresponde à “rangeabilidade” da válvula (valores típicos para R : de 20 a 50). A rangeabilidade de uma válvula de controle significa a relação entre a máxima e a mínima vazão que ela consegue controlar.

Observação

Uma válvula com característica linear aparentemente seria a mais desejável; no entanto, o objetivo do projetista é obter uma característica instalada de vazão que seja tão linear quanto possível, isto é, ter a vazão através da válvula e do processo variando linearmente com x . Visto que Δp varia quadraticamente com a vazão, uma válvula não linear frequentemente, após a instalação, produzirá

uma relação de vazão mais linear que uma válvula com característica linear. Em particular, a válvula de igual porcentagem é projetada para compensar, pelo menos aparentemente, as mudanças em Δp com a vazão.

Função de transferência de válvulas de controle

A válvula de controle pneumática é um sistema que exibe dinâmica de segunda ordem (balanço de força), o que significa que o movimento da haste não responde instantaneamente a uma variação da pressão aplicada a partir do controlador.

De experiências realizadas com válvulas pneumáticas, verificou-se que a relação entre a vazão e a pressão no topo de uma válvula linear pode ser quase sempre apresentada por uma função de transferência de primeira ordem, assim,

$$\frac{\bar{F}(s)}{\bar{p}(s)} = \frac{K_v}{\tau_v s + 1} \quad (3.11)$$

em que K_v é o ganho em regime estabelecido, isto é, a constante de proporcionalidade entre a vazão em regime estabelecido e a pressão no topo da válvula, e τ_v é a constante de tempo da válvula.

Para a maioria das válvulas de tamanho pequeno e médio, a resposta a variações é tão rápida que sua dinâmica pode ser desprezada quando a constante de tempo da válvula é muito pequena em comparação com as constantes de tempo de outros componentes do sistema de controle, de modo que a função de transferência pode ser representada aproximadamente por uma constante (ganho) que relaciona a saída do controlador com a vazão através da válvula.

$$\frac{\bar{F}(s)}{\bar{p}(s)} = K_v \quad (3.12)$$

Nessas condições, diz-se que a válvula contribui com um retardo dinâmico desprezível.

Luyben (1990) oferece uma descrição de válvulas de controle e também orientação na seleção de válvulas para diferentes situações.

UNIDADE 4

Sintonia de malhas de controle

4.1 Primeiras palavras

O objetivo desta unidade é apresentar os principais métodos utilizados para ajuste de controladores, bem como os principais critérios que avaliam o desempenho de uma malha de controle.

As unidades anteriores discutiram o comportamento dos componentes típicos de um sistema de controle por realimentação. No projeto de um sistema de controle, muitos fatores estão envolvidos, como a dinâmica do processo, do sensor e transmissor, da válvula de controle e do controlador.

4.2 Problematizando o tema

Podemos definir o termo *sintonia de malhas* como o ajuste dos parâmetros do controlador (e de demais instrumentos de uma malha), de modo a alcançar um desempenho satisfatório do sistema de controle. Como foi visto na Unidade 3, podemos ter uma série de combinações de controladores: P, PI, PD, PID. À medida que se aumenta o número de parâmetros, a complexidade da operação de sintonia aumenta.

A utilização de estimativas preliminares do modelo do processo, a partir de conhecimento da dinâmica da malha, é o ponto de partida para qualquer procedimento de sintonia. Após a obtenção desses modelos, é possível fazer a sintonia utilizando técnicas de sintonia clássicas ou até mesmo utilizar ferramentas computacionais existentes no mercado, que já fazem a estimativa do modelo do processo. Nesta unidade veremos algumas técnicas de sintonia mais utilizadas.

O desempenho de sistemas de controle pode ser julgado pela resposta transiente da saída a uma variação específica na entrada. A variação na entrada pode ser uma variação no *set point* ou na carga. A variação degrau é usada mais por conveniência; as soluções a essa entrada são mais fáceis de obter do que para qualquer outro tipo de perturbação, sendo a resposta subamortecida a que ocorre com mais frequência em sistemas de controle. A variação degrau também é o tipo mais severo de perturbação, e a resposta ao degrau mostra o erro máximo que ocorreria para uma eventual variação na carga. Se vários sistemas de controle ou ajustes de controlador são comparados, o sistema com a melhor resposta à variação na carga terá a melhor resposta a flutuações randômicas dessa carga (HARRIOT, 1972).

Os sistemas de controle em malha fechada devem satisfazer os seguintes critérios de desempenho:

- a) *Critério da estabilidade.* É necessário garantir que, ao se acrescentar o sistema de controle a um processo estável em malha aberta, ele não se transforme acidentalmente em processo instável em malha fechada. A estabilidade da planta normalmente depende do ajuste certo do sistema de controle.
- b) *Critério de desempenho.* Os efeitos de distúrbios devem ser minimizados proporcionando boa rejeição a distúrbios.
- c) *Critério da resposta dinâmica.* Respostas rápidas e suaves a mudanças no *set point*, ou seja, um bom acompanhamento do *set point*.
- d) *Critério do estado estacionário.* Dependendo da aplicação, a presença de *off set* não é tolerável. Existem algumas exceções em que o sistema de controle mantém a variável dentro de limites amplos (evitando que um tanque de compensação transborde ou esvazie) e o controle exatamente no *set point* não é necessário. Para estes casos excepcionais, chamados controles médios, o *off set* não é de muita importância.
- e) *Evitar excessivas ações de controle.* No caso de válvulas de controle como elemento final, a ação excessiva do controlador pode causar saturação ou movimentação abrupta da válvula de controle, o que reduz a vida útil da mesma (reduzir o desgaste na válvula de controle).
- f) *Robustez.* O sistema de controle deve ser robusto, isto é, insensível a variações nas condições do processo e erros no modelo do processo. Os processos reais raramente são lineares e invariantes no tempo, embora muitas vezes sejam modelados pela linearização em torno de um ponto de operação, assumindo que a variação no tempo seja “lenta”. Portanto, em operação normal, os parâmetros diferirão dos valores nominais sobre os quais é baseado o projeto do processo. Idealmente, o controlador deve ser robusto, isto é, operar satisfatoriamente na presença de variações nos parâmetros da planta.

Em problemas típicos de controle, não é possível alcançar todas essas metas, pois elas envolvem conflitos inerentes e balanceáveis. Por exemplo, ajustes de controlador PID que minimizam os efeitos da perturbação tendem a produzir grandes *overshoots* para mudanças no *set point*. Por outro lado, se o controlador é ajustado para dar uma resposta rápida e suave a variações no *set point*, geralmente ele resulta em controle lento para distúrbios. Assim, um balanceamento é requerido para selecionar os ajustes dos controladores de modo que sejam satisfatórios tanto para variações na carga como no *set point*.

Um segundo balanceamento é requerido entre robustez e desempenho. Normalmente um sistema de controle pode ser robusto escolhendo-se valores conservativos (por exemplo, K_c pequeno e τ_i grande), mas essa escolha resulta em respostas lentas a variações na carga e no *set point*, em outras palavras, controle de alto desempenho não é conseguido.

4.3 Índice de desempenho

Há uma série de índices de desempenho que podem ser utilizados para indicar a qualidade do desempenho de sistemas de controle. O teste tradicional de sinal de entrada, no domínio do tempo, é uma variação degrau no *set point*. Vários índices de desempenho têm sido propostos na literatura. Três índices populares são:

Integral do valor absoluto do erro (IAE)

$$IAE = \int_0^{\infty} |\varepsilon(t)| dt$$

Em que o sinal erro $\varepsilon(t)$ é a diferença entre o *set point* e a medida.

$$\varepsilon(t) = y_{sp}(t) - y(t)$$

A integração é de 0 a T porque o término da resposta não pode ser fixado de antemão.

Uma interpretação gráfica do índice de desempenho IAE é mostrada nas Figuras 4.1 e 4.2. A área hachurada é o valor do IAE.

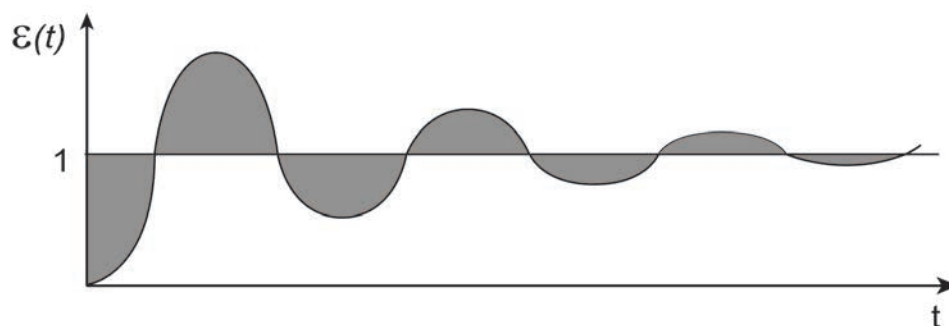


Figura 4.1 Integral do erro absoluto (variação no *set point*).

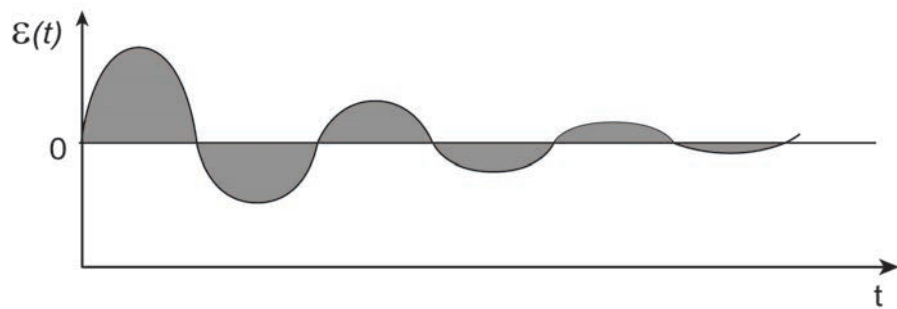


Figura 4.2 Integral do erro absoluto (variação na carga).

Integral do erro ao quadrado (ISE)

$$ISE = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt$$

A integral de $\varepsilon^2(t)$ de 0 a ∞ é a área total abaixo da curva $\varepsilon^2(t)$. Uma característica desse índice de desempenho é que ele penaliza com maior intensidade erros grandes e, menor intensidade, erros pequenos.

Integral do erro absoluto ponderado pelo tempo (ITAE)

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |\varepsilon(t)| dt$$

Esse critério é caracterizado, na resposta de degrau unitário do sistema, por um erro inicial ponderado com menor importância, e erros que ocorrem mais tarde na resposta transitória são bastante penalizados. O limite superior ∞ pode ser substituído por T , que é escolhido grande o suficiente para que $\varepsilon(t)$ seja desprezível para $t > T$.

A menos que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$$

os índices de desempenho tendem a infinito. Se $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)$ não tende a zero, podemos definir:

$$\varepsilon(t) = y(\infty) - y(t)$$

Com essa definição do erro, os índices resultarão em números finitos se o sistema é estável.

Outro critério frequentemente utilizado é o da variabilidade da malha de controle, que pode ser definida com base na variável de processos ou no erro da seguinte forma:

$$\text{Variabilidade} = \frac{2\sigma}{\mu}$$

em que:

σ = desvio padrão (da PV ou do erro);

μ = média (da PV ou do erro).

4.4 Métodos de sintonia de controladores

Quase todos os métodos publicados para sintonia de controladores tratam dos processos autorreguláveis que podem ser descritos por uma ou duas constantes de tempo e eventualmente por tempo morto. A maioria dos processos industriais contém realmente um certo grau de autorregulação, por isso, este texto vai se concentrar neles.

Há diversas abordagens para a especificação dos ajustes de controladores:

- método da síntese direta;
- controle com modelo interno;
- relações de sintonia;
- técnicas de resposta frequencial;
- simulação em computador usando modelo;
- sintonização em campo após instalação.

Os cinco primeiros são baseados em modelo do processo, e, portanto, podem ser usados para determinar os ajustes dos controladores antes que o sistema de controle esteja instalado. Entretanto, a sintonia em campo dos controladores após a instalação frequentemente é requerida, pois o modelo do processo quase nunca é exato. Conseqüentemente, o objetivo dos cinco métodos é fornecer valores aproximados para os ajustes de controladores PID que serão usados como ponto de partida para a sintonia em campo.

O sistema de malha fechada é instalado com valores de partida estimados para os parâmetros K_c , τ_I e τ_D , que são depois ajustados para um controle melhor,

à medida que a experiência de operação do sistema for acumulada. Os métodos para a obtenção das estimativas iniciais de K_c , τ_I e τ_D serão discutidos nas seções posteriores desta unidade.

É preciso salientar que não encontraremos nenhum método que dará o melhor resultado para todos os tipos de processos. Isso porque os parâmetros de sintonia variam em função de vários fatores, como por exemplo: a resposta desejada em malha fechada, as características dinâmicas dos elementos em uma malha de controle e, em especial, o próprio processo.

Além disso, os parâmetros apresentados nas tabelas das técnicas de sintonia (malha aberta e fechada) somente são aplicáveis a processos de natureza não integrativa. Observe também que todos os parâmetros tabelados apresentados na sequência são baseados no controlador do tipo PID paralelo clássico. Caso o algoritmo do controlador seja de outro tipo, deve-se fazer a conversão dos parâmetros.

Após a especificação dos tipos (por exemplo, vazão, nível, etc.), é necessário escolher os modos de controle e os valores dos ajustes dos controladores (K_c , τ_I e τ_D , nos casos aplicáveis) que seriam usados para promover um controle satisfatório. Nesta seção, resumiremos os critérios que geralmente norteiam a seleção dos modos de controle e, nas seções seguintes, apresentaremos métodos simples para a estimativa de ajustes satisfatórios para os controladores.

A Figura 4.3 apresenta a resposta típica de sistemas de controle a uma mudança degrau no *set point*, em que vários índices de desempenho de um sistema de controle podem ser definidos.

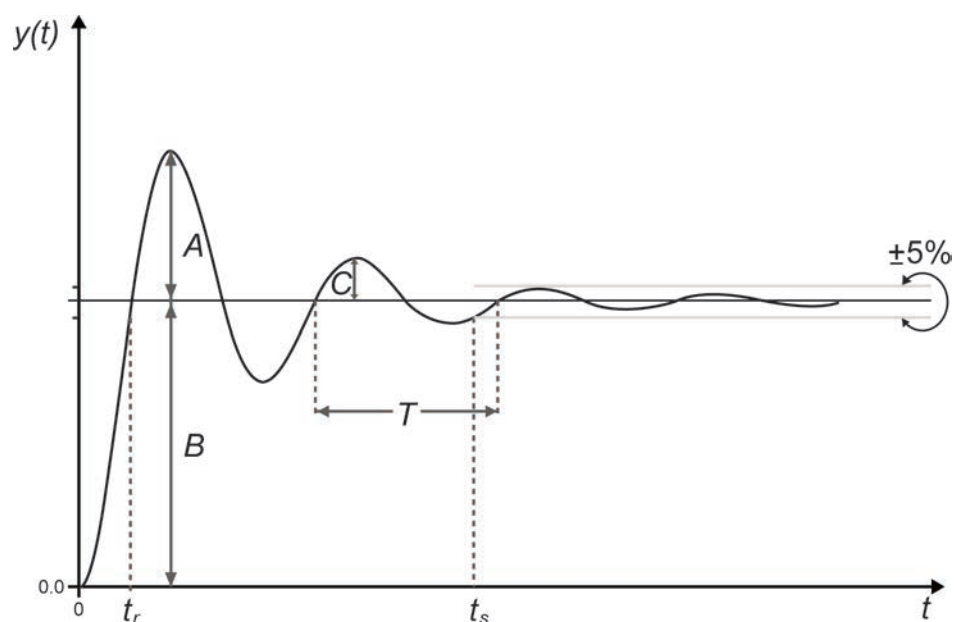


Figura 4.3 Resposta típica de sistemas de controle a uma mudança degrau no *set point*.

As metas, baseadas nos parâmetros da resposta dinâmica, geralmente buscadas são:

- minimização do *overshoot* (A/B);
- especificação da razão de declínio (C/A);
- minimização do tempo de ascensão (t_r);
- minimização do tempo de assentamento (t_s);
- mínima energia ou atuação na variável manipulada;
- utilização de um índice de desempenho para avaliar a qualidade do controle.

Nesta seção, discutiremos dois métodos de teste de processos industriais, que podem ser usados na determinação de bons ajustes iniciais para os controladores. A característica que distingue esses métodos é a sua orientação voltada principalmente para o ajuste do controlador, fornecendo pouca ou nenhuma informação sobre o comportamento dinâmico geral do processo.

4.4.1 Sintonia em malha fechada

Método de Ziegler-Nichols

O método mais frequentemente utilizado para sintonia com malha fechada foi desenvolvido por Ziegler e Nichols em 1942 e forma a base para as regras de Ziegler e Nichols. O método consiste em determinar, experimentalmente, o valor do ganho proporcional do controlador proporcional, no qual a malha está no limite da estabilidade (marginalmente estável). As etapas de sintonia por esse método são as seguintes:

- **Passo 1.** O controlador é colocado em automático, isto é, a malha é mantida fechada. Os modos integral e derivativo (se existirem) são mantidos inoperantes ($\tau_i = \infty, \tau_D = 0$), deixando apenas em modo proporcional.
- **Passo 2.** O ganho proporcional é aumentado lentamente até atingir o valor em que começa a ocorrer a oscilação contínua das variáveis do sistema (Figura 4.4). Esse valor do ganho proporcional corresponde ao ganho último K_u do método de Ziegler-Nichols. Na prática, devido à morosidade do processo, pode ser necessária a introdução de distúrbios momentâneos a fim de provocar o início da oscilação contínua.

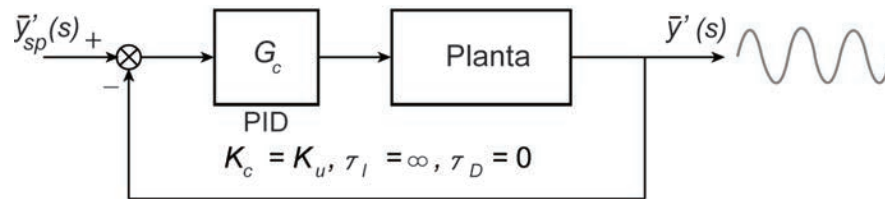


Figura 4.4 Diagrama de blocos para a determinação experimental do ganho último.

A maneira mais simples de introduzir um distúrbio é mover o *set point* durante um pequeno intervalo de tempo e, então, voltá-lo a seu valor original. Esse procedimento equivale a introduzir uma função pulso no erro, fazer com que o sistema responda e, ainda, permanecer dentro de uma faixa estreita em torno do ponto de operação normal do processo.

Um tipo alternativo de distúrbio seria introduzir pequenas variações de grau no *set point*. Se forem usadas variações de grau para induzir transientes, as sucessivas variações de grau devem alternar em torno do ponto de operação normal do processo. É importante que o distúrbio seja o menor possível, especialmente quando o ganho do controlador é aumentado, assim a válvula e os demais componentes não excedem seus limites físicos.

- **Passo 3.** O período de oscilação resultante é chamado de período último, P_u (minutos por ciclo).

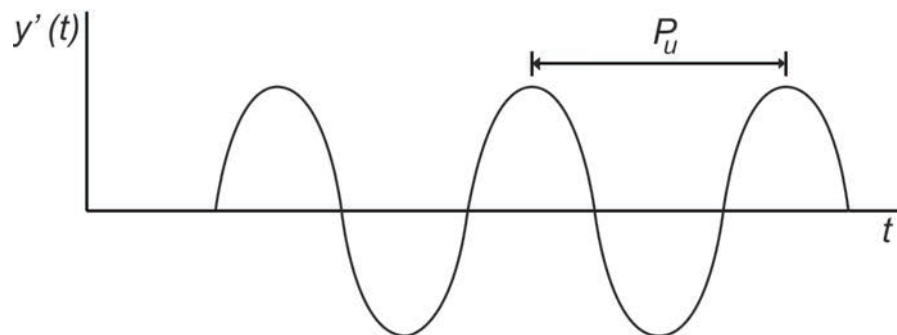


Figura 4.5 Oscilação contínua da variável do sistema.

Os ajustes ZN são então calculados a partir de K_u e P_u , usando as fórmulas dadas na Tabela 4.1 para os três tipos de controladores. Note que ganho baixo é usado quando a ação integradora é incluída no controlador (PI) e a adição de ação derivativa permite um ganho maior e reajuste mais rápido. Se a saída não exibir oscilações mantidas para qualquer que seja o valor que K_c possa assumir, então esse método não se aplica.

Tabela 4.1 Ajustes de Ziegler-Nichols para controladores.

Controlador	K_c	τ_I	τ_D
P	$K_u/2$	—	—
PI	$K_u/2,2$	$P_u/1,2$	—
PID	$K_u/1,7$	$P_u/2$	$P_u/8$

As relações de sintonia ZN foram desenvolvidas empiricamente para dar uma razão de declínio $\frac{1}{4}$. Essas relações de sintonia têm sido largamente utilizadas na indústria e servem como um caso base conveniente para comparar esquemas de controle alternativos. Para algumas malhas de controle, o grau de oscilação associado com a razão de declínio $\frac{1}{4}$, e o grande *overshoot* correspondente para variação no *set point*, são indesejáveis. Portanto, não é recomendado para malhas que passam por mudanças constantes de *set point*, uma vez que a resposta da malha utilizando esses parâmetros causa um *overshoot* elevado. Nesses casos, ajustes mais conservativos são preferidos, tais como os ajustes ZN modificados (PERRY & CHILTON, 1973).

Tabela 4.2 Ajustes Ziegler-Nichols originais e modificados para controlador PID.

	K_c	τ_I	τ_D
Original (razão de declínio $\frac{1}{4}$)	$0,6K_u$	$P_u/2$	$P_u/8$
Pequeno <i>overshoot</i>	$0,3K_u$	$P_u/2$	$P_u/3$
Sem <i>overshoot</i>	$0,2K_u$	$P_u/2$	$P_u/3$

4.4.2 Sintonia em malha aberta

4.4.2.1 Método da curva de reação do processo

O primeiro método de malha aberta foi também desenvolvido por Ziegler-Nichols e também procura atingir uma razão de declínio $\frac{1}{4}$. Esse método é baseado em um teste experimental aplicado com o controlador no modo manual. É introduzida uma pequena perturbação degrau na saída do controlador registrando-se a curva da variável medida *versus* tempo (Figura 4.6). É imperativo conhecer tudo que o controlador “vê” quando está controlando. Como resultado, o modelo deve incluir não somente o equipamento do processo, mas também o transmissor, a válvula e qualquer outro instrumento da malha. As perturbações devem ser suficientemente pequenas para assegurar a operação na faixa linear.

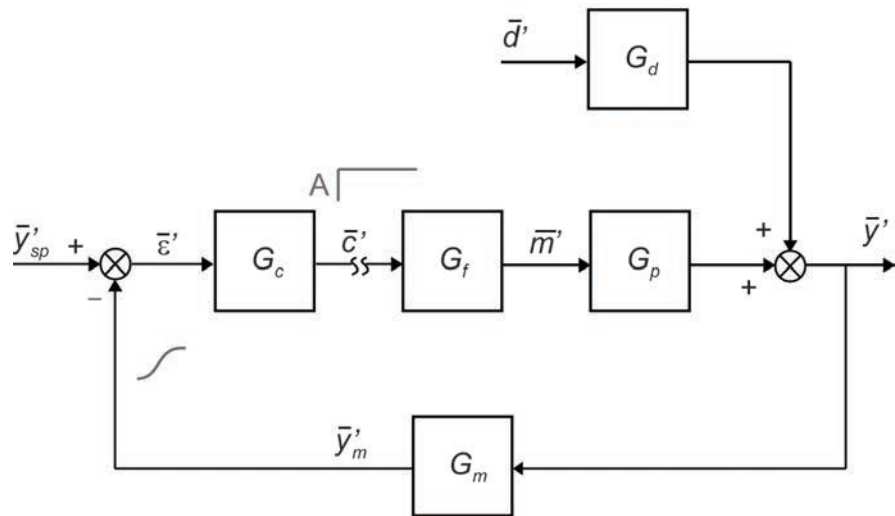


Figura 4.6 Levantamento da curva de reação do processo.

Considere o sistema de controle que foi “aberto” desligando o controlador do elemento final de controle (Figura 4.6). Introduce-se um degrau de amplitude A na variável c que atua sobre o elemento final de controle. Registra-se a resposta da saída com o tempo. A curva $y_m(t)$ é chamada de curva de reação do processo. Deve-se admitir que não ocorram variações de carga durante o teste. Uma curva típica de reação do processo é dada na Figura 4.6.

$$G_{PRC}(s) = \frac{\bar{y}_m(s)}{\bar{c}(s)} = G_f(s)G_p(s)G_m(s)$$

Para a maioria dos processos industriais, a resposta da saída a uma variação degrau apresenta uma forma sigmoideal como a da Figura 4.7, que pode ser adequadamente aproximada pela resposta de um sistema de primeira ordem com tempo morto

$$\frac{\bar{y}_m(s)}{\bar{c}(s)} = G_f(s)G_p(s)G_m(s) \cong \frac{Ke^{-t_d s}}{\tau s + 1} \quad (4.1)$$

que contém três parâmetros: ganho estacionário K , tempo morto t_d e constante de tempo τ .

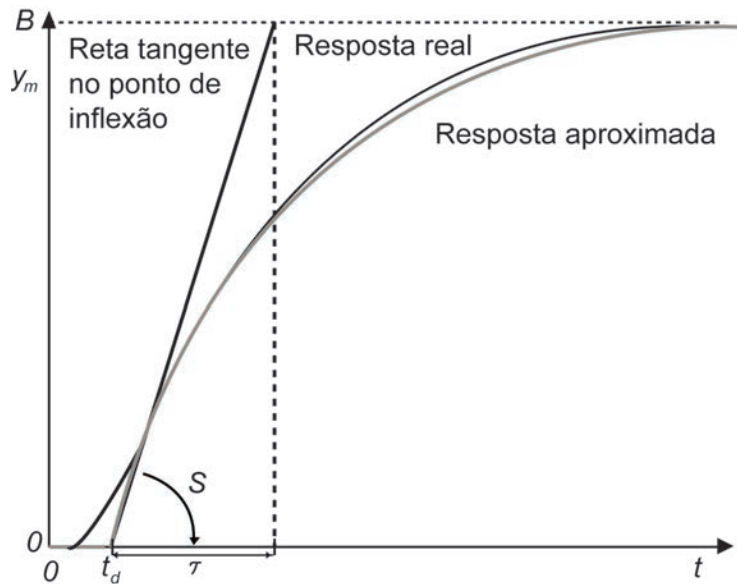


Figura 4.7 Curva de reação do processo e sua aproximação por um sistema de primeira ordem com tempo morto.

O ganho estacionário pode ser facilmente calculado lendo-se o valor final de T_c na Figura 4.7, isto é, $y_m(\infty) = B$. Assim:

$$K = \frac{\Delta \text{saída}}{\Delta \text{entrada}} = \frac{B}{A}$$

A constante de tempo é calculada como $\tau = B/S$, em que S é a tangente no ponto de maior inclinação, ou seja, no ponto de inflexão da resposta sigmoideal.

A interseção da tangente com a abcissa é tomada como o tempo morto aparente t_d .

Esse método da tangente utiliza apenas um ponto para estimar a constante de tempo. Uma desvantagem do método é a dificuldade em localizar o ponto de inflexão devido a ruídos nas medidas (erros).

Sundaresan & Krishnaswamy (1977) propuseram a utilização de dois pontos da curva da resposta ao degrau correspondente a 35,3 e 85,3% da variação total da saída. O tempo morto e a constante de tempo são então calculados pelas equações:

$$t_d = 1,3t_1 - 0,29t_2$$

$$\tau = 0,67(t_2 - t_1)$$

em que T_i é o tempo que a saída leva para alcançar 35,3% da variação total e T_c é o tempo que a saída leva para alcançar 85,3% da variação total. Os valores de τ e T_c minimizam aproximadamente a diferença entre a resposta medida e o modelo no sentido dos mínimos quadrados.

Exemplo 4.1 Curva de reação do processo e sua aproximação.

Processo: dois sistemas de primeira ordem em série:

$$G_p(s) = \frac{K_p}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

Medidor e válvula de controle têm dinâmicas de primeira ordem:

$$G_m = \frac{K_m}{\tau_m s + 1}$$

$$G_f = \frac{K_f}{\tau_f s + 1}$$

A função de transferência da curva de reação do processo é dada por:

$$G_{PRC} = G_f G_p G_m = \frac{K_f K_p K_m}{(\tau_f s + 1)(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_m s + 1)}$$

Para

$$\begin{aligned} K_p &= 1 & K_m &= 1 & K_f &= 1 \\ \tau_1 &= 5 & \tau_2 &= 2 & \tau_f &= 0 & \tau_m &= 10 \end{aligned}$$

A resposta ao degrau pode ser obtida com o modelo da Figura 4.8, na qual em cada bloco de função de transferência é implementada uma função de transferência. As configurações de cada um desses blocos podem ser vistas nas Figuras 4.9 a 4.12. Note que o processo foi dividido em dois blocos.

$$G_{p1}(s) = \frac{K_p}{\tau_1 s + 1}$$

$$G_{p2}(s) = \frac{1}{\tau_2 s + 1}$$

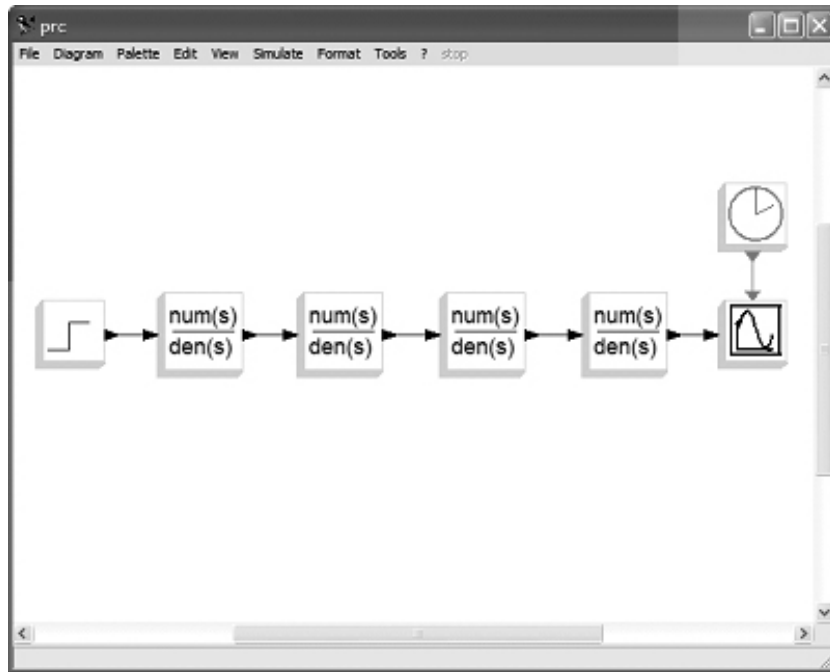


Figura 4.8 Janela do modelo com os blocos das funções de transferência.

Figura 4.9 Janela de parâmetros do bloco G_f .

Figura 4.10 Janela de parâmetros do bloco $d_{//}$.

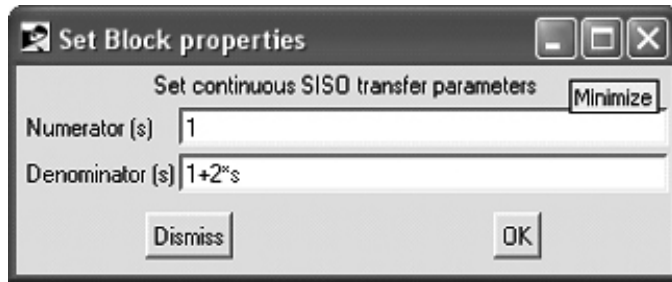


Figura 4.11 Janela de parâmetros do bloco d_{II} .

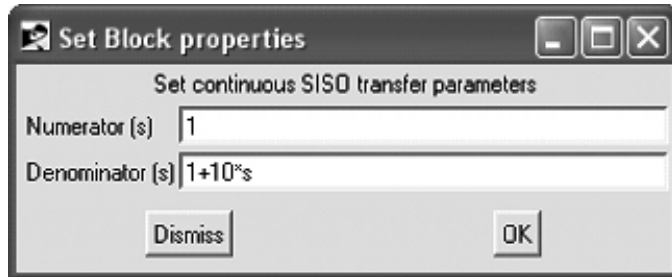


Figura 4.12 Janela de parâmetros do bloco T_c .

A curva de reação do processo a uma variação degrau unitário na entrada do elemento final de controle é mostrada na Figura 4.13. A resposta final quando $t \rightarrow \infty$ é $B = 1$.

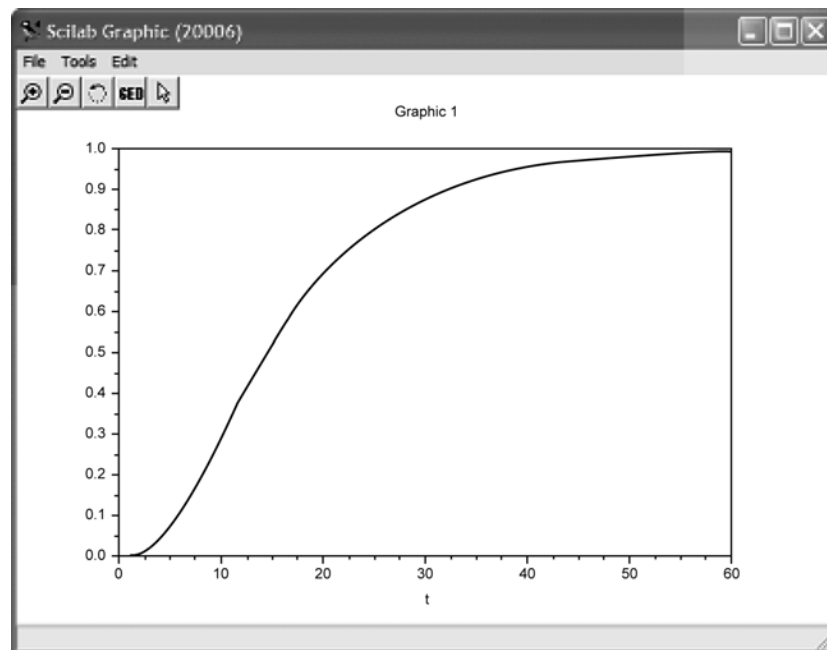


Figura 4.13 Curva de reação do processo.

Da curva de reação do processo, podem-se determinar os seguintes valores:

S = inclinação no ponto de inflexão = 0,04755;

B = resposta final = 1;

τ = constante de tempo efetivo = $\frac{B}{S} = \frac{1}{0,04755} = 21,0305$;

t_d = tempo = 3,591;

K = ganho = $\frac{B}{A} = \frac{1}{1} = 1$.

Portanto, a função de transferência da curva de reação do processo é dada por:

$$G_{PRC}(s) \cong \frac{e^{-3,591s}}{21,0305s + 1}$$

A Figura 4.14 mostra a curva de reação do processo (curva preta), juntamente com a resposta aproximada por um sistema de primeira ordem com tempo morto (curva cinza).

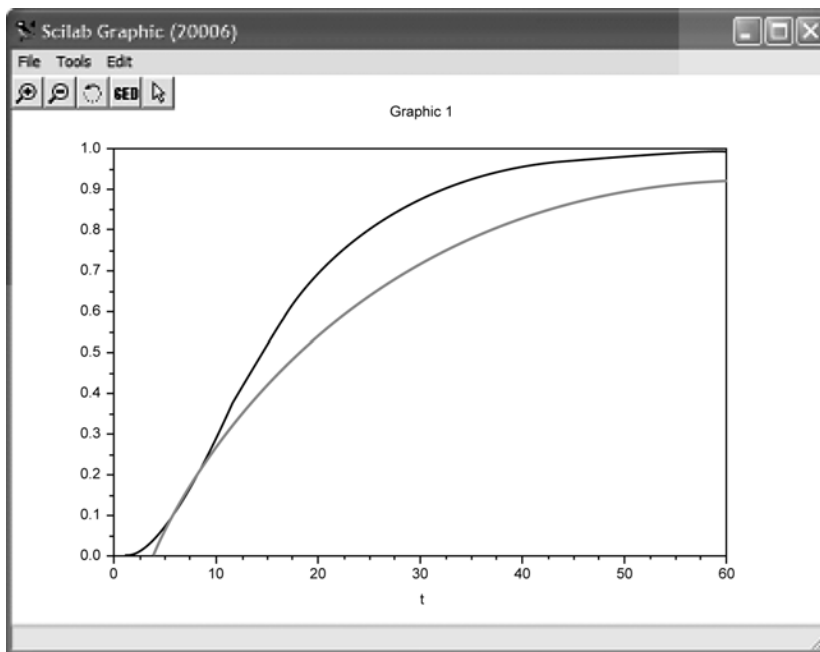


Figura 4.14 Curva de reação do processo do exemplo e sua aproximação por um sistema de primeira ordem com tempo morto.

Com base no modelo aproximado (Equação 4.1), o método Ziegler-Nichols propõe as relações de projeto sumarizados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 Relações de sintonia de Ziegler-Nichols (método da curva de reação do processo).

Tipo de controlador	K_c	τ_I	T_c
P	$\frac{1}{K} \left(\frac{\tau}{t_d} \right)$	∞	0
PI	$\frac{0,9}{K} \left(\frac{\tau}{t_d} \right)$	$3,33t_d$	0
PID	$\frac{1,2}{K} \left(\frac{\tau}{t_d} \right)$	$2t_d$	$0,5t_d$

Se a resposta não apresenta uma curva em forma de S, esse método não se aplica.

4.4.2.2 Método de Cohen-Coon

O método Cohen-Coon permitiu desenvolver relações de sintonia para processos com tempo morto, maiores do que aqueles estudados por Ziegler-Nichols. Baseado no método de Ziegler e Nichols em malha aberta (método da curva de reação do processo), o critério de desempenho continua sendo obter uma razão de declínio de $\frac{1}{4}$.

Com base no modelo aproximado de um sistema de primeira ordem com tempo morto (Equação 4.1), Cohen-Coon propuseram as relações de projeto sumarizadas na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 Relações de projeto de controladores por Cohen-Coon.

Controlador	Ajustes	Cohen-Coon
P	K_c	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{t_d} \left(1 + \frac{t_d}{3\tau} \right)$
PI	K_c	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{t_d} \left(\frac{9}{10} + \frac{t_d}{12\tau} \right)$
	τ_I	$t_d \frac{30 + 3t_d/\tau}{9 + 20t_d/\tau}$
PD	K_c	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{t_d} \left(\frac{5}{4} + \frac{t_d}{6\tau} \right)$
	τ_D	$t_d \frac{6 - 2t_d/\tau}{22 + 3t_d/\tau}$
PID	K_c	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{t_d} \left(\frac{4}{3} + \frac{t_d}{4\tau} \right)$
	τ_I	$t_d \frac{32 + 6t_d/\tau}{13 + 8t_d/\tau}$
	τ_D	$t_d \frac{4}{11 + 2t_d/\tau}$

Exemplo 4.2 Ajuste de controladores *feedback* pelo método Cohen-Coon.

Para o sistema do Exemplo 4.1, a função de transferência da curva de reação do processo é dada por:

$$G_{PRC}(s) \cong \frac{e^{-3,591s}}{21,0305s + 1}$$

Utilizando a Tabela 4.4, os ajustes de Cohen-Coon podem ser calculados:

Controlador P:

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{t_d} \left(\frac{5}{4} + \frac{t_d}{6\tau} \right) = \frac{1}{1} \frac{21,0305}{3,591} \left(\frac{5}{4} + \frac{3,591}{6(21,0305)} \right) = 6,1898$$

Controlador PI:

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{t_d} \left(\frac{9}{10} + \frac{t_d}{12\tau} \right) = \frac{1}{1} \frac{21,0305}{3,591} \left(\frac{9}{10} + \frac{3,591}{12(21,0305)} \right) = 5,3541$$

$$\tau_I = t_d \frac{30 + 3t_d/\tau}{9 + 20t_d/\tau} = 3,591 \frac{30 + \frac{3(3,591)}{21,0305}}{9 + \frac{20(3,591)}{21,0305}} = 8,8255$$

Controlador PID:

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{t_d} \left(\frac{4}{3} + \frac{t_d}{6\tau} \right) = \frac{1}{1} \frac{21,0305}{3,591} \left(\frac{4}{3} + \frac{3,591}{4(21,0305)} \right) = 8,0586$$

$$\tau_I = t_d \frac{32 + 6t_d/\tau}{13 + 8t_d/\tau} = 3,591 \frac{32 + \frac{6(3,591)}{21,0305}}{13 + \frac{8(3,591)}{21,0305}} = 8,2550$$

$$\tau_D = t_d \frac{4}{11 + 2t_d/\tau} = 3,591 \frac{4}{11 + \frac{2(3,591)}{21,0305}} = 1,2665$$

A Figura 4.15 mostra a janela do modelo da malha de controle. A lei de controle PID usada pelo Scicos no bloco PID não é a forma típica usada pelos engenheiros de controle de processos. A forma pode ser encontrada dando um duplo clique no bloco para mostrar a representação da função de transferência do controlador.

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

Enquanto, normalmente, lidamos com a seguinte estrutura do PID:

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right)$$

Portanto, devem-se efetuar os devidos cálculos, os quais são:

Controlador P:

$$K_P = K_c = 6,1898$$

Controlador PI:

$$K_P = K_c = 5,3541$$

$$K_I = \frac{K_c}{\tau_I} = \frac{5,3541}{8,8255} = 0,6067$$

Controlador PID:

$$K_P = K_c = 8,0586$$

$$K_I = \frac{K_c}{\tau_I} = \frac{8,0586}{8,2550} = 0,9762$$

$$K_D = K_c \tau_D = 8,0586(1,2665) = 10,2062$$

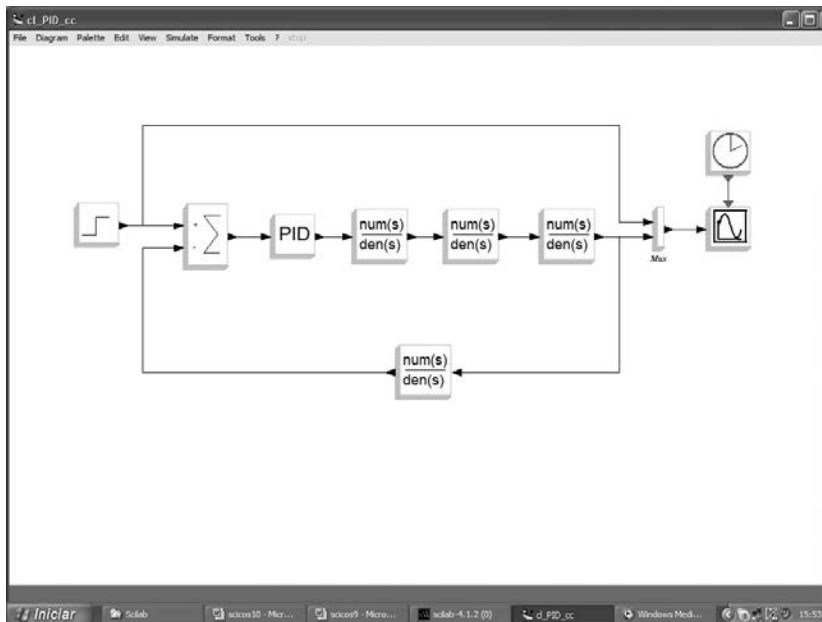


Figura 4.15 Janela do modelo da malha de controle.

Vamos examinar agora o desempenho de cada um desses controladores. As Figuras 4.16 a 4.18 mostram as respostas a uma variação degrau unitário no *set point* usando os ajustes de Cohen-Coon. O controlador proporcional resultou um erro em regime permanente. O controlador proporcional integral não apresenta esse erro, mas a resposta é bastante oscilatória, e o controlador proporcional integral derivativo amenizou bem as oscilações.

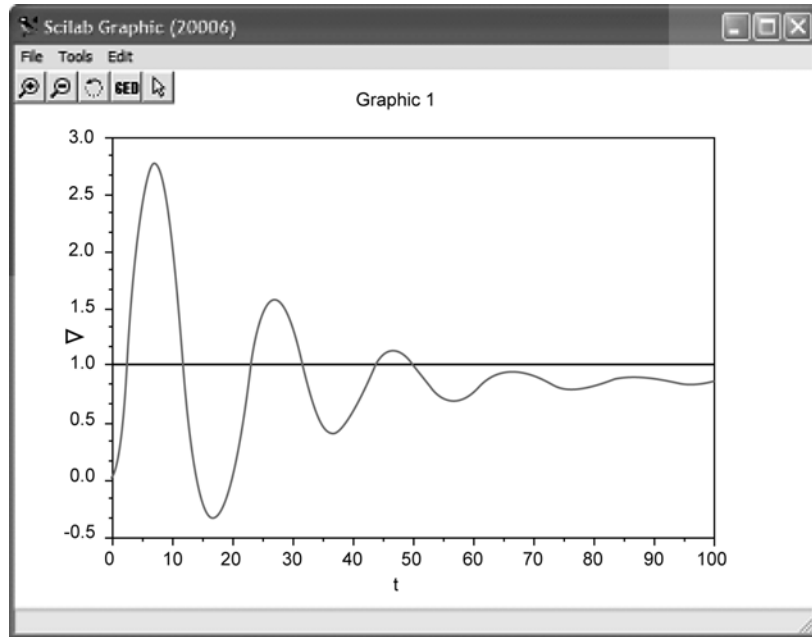


Figura 4.16 Resposta em malha fechada a uma variação degrau unitário no *set point* com controle P ($K_c = 6,1898$).

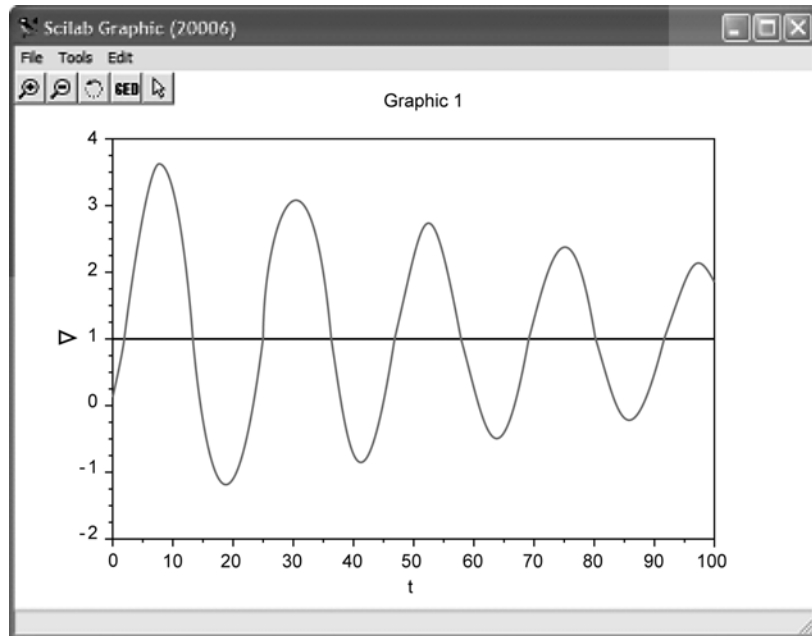


Figura 4.17 Resposta em malha fechada a uma variação degrau unitário no *set point* com controle PI ($K_c = 5,3541$, $\tau_i = 8,8255$).

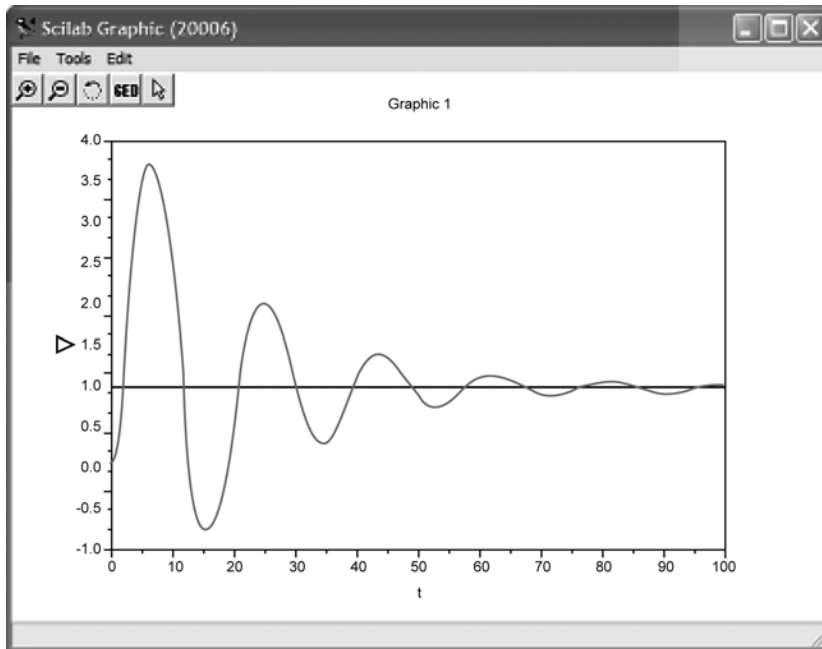


Figura 4.18 Resposta em malha fechada a uma variação degrau unitário no *set point* com controle PID ($K_c = 8,0586$, $\tau_i = 8,2550$, $\tau_D = 1,2665$).

4.4.2.3 Relações de projeto baseadas em critério de erro integral

As relações de projeto baseadas em critério de erro integral utilizam índices de desempenho que consideram a resposta toda da malha fechada ($t = 0$ até atingir o estado estacionário). O objetivo desse método é que a malha de controle possua uma resposta com o menor valor do índice utilizado.

A Tabela 4.5 apresenta algumas relações de projeto que minimizam o índice de desempenho ITAE. Essas relações foram obtidas usando modelo de primeira ordem com tempo morto (Equação 4.1) e controlador PID. Note que os ajustes ótimos do controlador são diferentes dependendo se a resposta ao degrau é para variação na carga ou no *set point*. Para variação na carga, as funções de transferência da carga e do processo são assumidas idênticas, isto é, $G_d = G_p$.

Tabela 4.5 Relações de projeto baseadas no índice de desempenho ITAE e um modelo de sistema de primeira ordem com tempo morto^a.

Tipo de entrada	Tipo de controlador	Modo	A	B
Carga	P	P	0,490	-1,084
Carga	PI	P	0,859	-0,977
		I	0,674	-0,680
Carga	PID	P	1,357	-0,947
		I	0,842	-0,738
		D	0,381	0,995
Set point	PI	P	0,586	-0,916
		I	1,03 ^b	-0,165 ^b
Set point	PID	P	0,965	-0,855
		I	0,796 ^b	-0,147 ^b
		D	0,308	0,929

^aRelação de projeto: $Y = A(t_d/\tau)^B$, em que $Y = KK_c$ para o modo proporcional, τ/τ_i para o modo integral e τ_D/τ para o modo derivativo.

^bPara variações no set point: a relação de projeto para o modo integral é $\tau/\tau_i = A + B(t_d/\tau)$.

Relações de projeto semelhantes também foram obtidas para os outros dois índices. Essas relações são mostradas nas Tabelas 4.6 e 4.7, para os índices IAE e ISE, respectivamente.

Tabela 4.6 Relações de projeto baseadas no índice de desempenho IAE e um modelo de sistema de primeira ordem com tempo morto^a.

Tipo de entrada	Tipo de controlador	Modo	A	B
Carga	P	P	0,902	-0,985
Carga	PI	P	0,984	-0,986
		I	0,608	-0,707
Carga	PID	P	1,435	-0,921
		I	0,878	-0,749
		D	0,482	1,137
Set point	PI	P	0,758	-0,861
		I	1,02 ^b	-0,323 ^b
Set point	PID	P	1,086	-0,869
		I	0,740 ^b	-0,130 ^b
		D	0,348	0,914

^aRelação de projeto: $Y = A(t_d/\tau)^B$, em que $Y = KK_c$ para o modo proporcional, τ/τ_i para o modo integral e τ_D/τ para o modo derivativo.

^bPara variações no *set point* a relação de projeto para o modo integral:

Tabela 4.7 Relações de projeto baseadas no índice de desempenho ISE e um modelo de sistema de primeira ordem com tempo morto^a.

Tipo de entrada	Tipo de controlador	Modo	A	B
Carga	P	P	1,411	-0,917
Carga	PI	P	1,305	-0,959
		I	0,492	-0,739
Carga	PID	P	1,495	-0,945
		I	1,101	-0,771
		D	0,560	1,006

^aRelação de projeto: $Y = A(t_d/\tau)^B$, em que $Y = KK_c$ para o modo proporcional, τ/τ_i para o modo integral e τ_D/τ para o modo derivativo.

Deve-se escolher o índice de desempenho de acordo com os seguintes critérios:

- Se desejarmos suprimir largos erros, o ISE é melhor que o IAE, pela maior influência dos erros quadrados na integral.
- Para a supressão de erros de pequena magnitude, o IAE é melhor que o ISE, pois números pequenos (menores que 1) elevados ao quadrado tornam-se ainda menores.
- Para a supressão de erros que persistem no tempo, o critério ITAE é o melhor pela amplificação dos erros pequenos, devido à presença do tempo na integral.

Exemplo 4.3 Use a abordagem da integral do erro para obter os ajustes do controlador PI para variação na carga do processo com a função de transferência:

$$G(s) = \frac{10e^{-s}}{2s+1}$$

Para essa função de transferência, tem-se:

$$K = 10$$

$$\tau = 2$$

$$t_d = 1$$

Suponha que a escolha do índice seja o ITAE, então, consultando a Tabela 4.5 com carga como tipo de entrada e PI como o tipo de controlador, a relação de projeto para o modo proporcional é:

$$KK_c = A(t_d/\tau)^B \Rightarrow 10K_c = 0,859 \left(\frac{1}{2}\right)^{-0,977} = 1,69$$

portanto,

$$K_c = \left(\frac{1}{10}\right) 1,69 = 0,169$$

e a relação de projeto para o modo integral é

$$\frac{\tau}{\tau_i} = A(t_d/\tau)^B \Rightarrow \frac{2}{\tau_i} = 0,674 \left(\frac{1}{2}\right)^{-0,680} = 1,08$$

dessa forma,

$$\tau_i = \frac{2}{1,08} = 1,85$$

Caso a escolha do índice seja o IAE, a tabela a ser consultada seria a Tabela 4.6. E, no caso da escolha do índice ISE, seria a Tabela 4.7.

O resultado final está sumarizado na tabela a seguir.

	K_c	τ_i
ISE	0,245	2,44
IAE	0,195	2,02
ITAE	0,169	1,85

Exemplo 4.4 Para o modelo de processo:

$$G(s) = \frac{4e^{-3,5s}}{7s+1}$$

compare os ajustes do controlador PI e PID baseados nas relações de projeto ITAE para ambas as variações, na carga e no *set point*.

Para essa função de transferência, tem-se:

$$K = 4$$

$$\tau = 7$$

$$t_d = 3,5$$

Da Tabela 4.5 e para o controlador PI, temos:

- Variação na carga

$$KK_c = 0,859 \left(\frac{3,5}{7} \right)^{-0,977} = 1,69$$

$$K_c = \frac{1,69}{4} = 0,423$$

$$\frac{\tau}{\tau_i} = 0,674 \left(\frac{3,5}{7} \right)^{-0,680} = 1,08$$

$$\tau_i = \frac{7}{1,08} = 6,48$$

- Variação no *set point*

$$KK_c = 0,586 \left(\frac{3,5}{7} \right)^{-0,916} = 1,106$$

$$K_c = \frac{1,106}{4} = 0,276$$

$$\frac{\tau}{\tau_i} = 1,03 - 0,165 \left(\frac{3,5}{7} \right) = 0,9475$$

$$\tau_i = \frac{7}{0,9475} = 7,39$$

Da Tabela 4.5 e para o controlador PID, temos:

- Variação na carga

$$KK_c = 1,357 \left(\frac{3,5}{7} \right)^{-0,947} = 2,616$$

$$K_c = \frac{2,616}{4} = 0,654$$

$$\frac{\tau}{\tau_I} = 0,842 \left(\frac{3,5}{7} \right)^{-0,738} = 1,404$$

$$\tau_I = \frac{7}{1,404} = 4,98$$

$$\frac{\tau_D}{\tau} = 0,381 \left(\frac{3,5}{7} \right)^{0,995} = 0,1912$$

$$\tau_D = 0,1912(7) = 1,34$$

- Variação no set point

$$KK_c = 0,965 \left(\frac{3,5}{7} \right)^{-0,855} = 1,739$$

$$K_c = \frac{1,739}{4} = 0,435$$

$$\frac{\tau}{\tau_I} = 0,796 - 0,1465 \left(\frac{3,5}{7} \right) = 0,7228$$

$$\tau_I = \frac{7}{0,7228} = 9,69$$

$$\frac{\tau_D}{\tau} = 0,308 \left(\frac{3,5}{7} \right)^{0,929} = 0,1618$$

$$\tau_D = 0,1618(7) = 1,13$$

4.5 Estabilidade a partir de um ponto de vista prático

Existem numerosas definições elegantes e matemáticas para o termo estabilidade. Talvez a melhor e a mais precisa tecnicamente seja a de que um processo estável possui uma saída limitada sempre que a entrada seja limitada.

Uma entrada ou saída é limitada quando possui um valor máximo ou valor mínimo. Assim, uma variação degrau na entrada não resultaria numa variação infinita na saída.

Não é totalmente correto dizer que, se um processo em malha aberta é instável, ele não funcionará na planta. A função do sistema de controle é alterar o comportamento dinâmico ou em regime estacionário do processo. Processos lentos de malha aberta se tornam processos mais rápidos em malha fechada, e processos instáveis em malha aberta podem se tornar processos estáveis em malha fechada.

A sintonia do controlador pelo método de malha fechada de Ziegler e Nichols diz que existe um valor do ganho proporcional, T_c , que fará o processo oscilar infinitamente. Para valores menores do ganho, as oscilações desaparecerão depois de algum tempo. Para valores maiores do ganho, as oscilações aumentarão em amplitude e o processo ficará fora de controle. Assim sendo, pode-se pensar em instabilidade como a tendência do sistema de controle a oscilar. O valor do ganho proporcional para o qual ocorre oscilação contínua fornece uma indicação a respeito da estabilidade do sistema de controle. Logicamente que esse valor é função de todos os componentes do sistema de controle: processo, elemento de medida, controlador e elemento final de controle.

Exemplo 4.5 Estabilização de um processo instável com controle P.

$$\text{Processo: } \bar{y}(s) = \frac{10}{s-1} \bar{m}(s) + \frac{5}{s-1} \bar{d}(s)$$

A Figura 4.19 mostra esse comportamento instável quando o processo sofre uma variação degrau na perturbação.

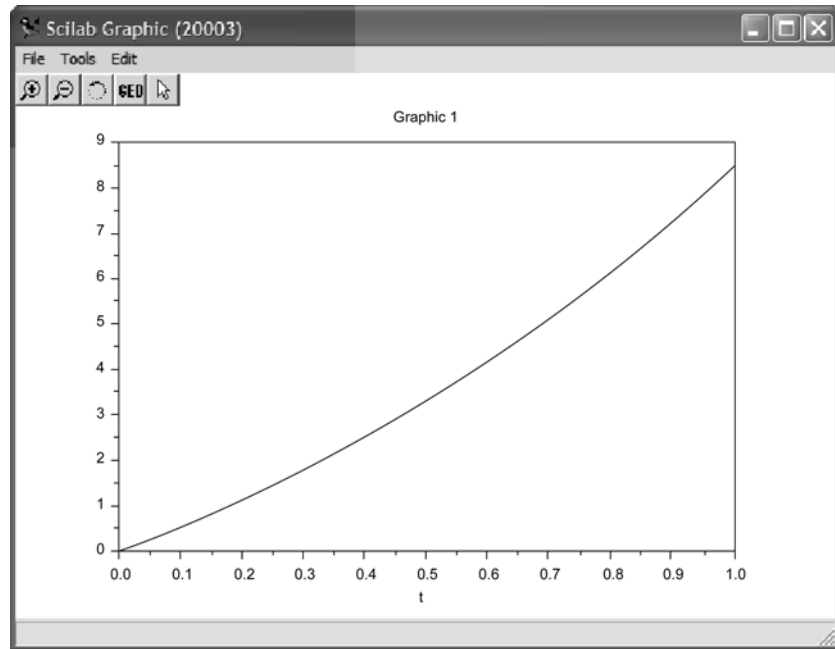


Figura 4.19 Resposta à malha aberta instável.

Introduzindo um sistema de controle *feedback* com controle P, cujo diagrama de blocos é mostrado na Figura 4.20, assume-se que:

$$G_m(s) = G_f(s) = 1$$

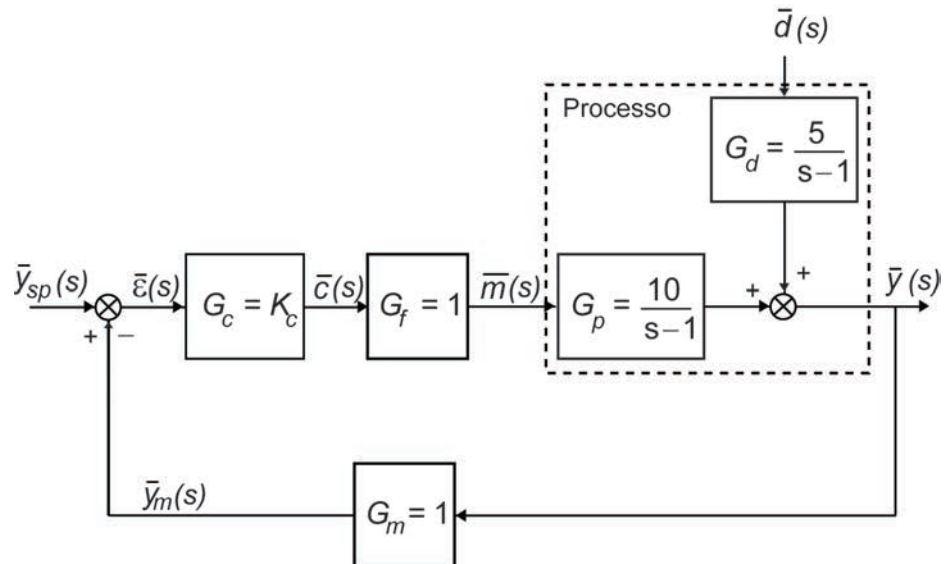


Figura 4.20 Diagrama de blocos.

A Figura 4.21 mostra a resposta estabilizada com $K_c = 1$.

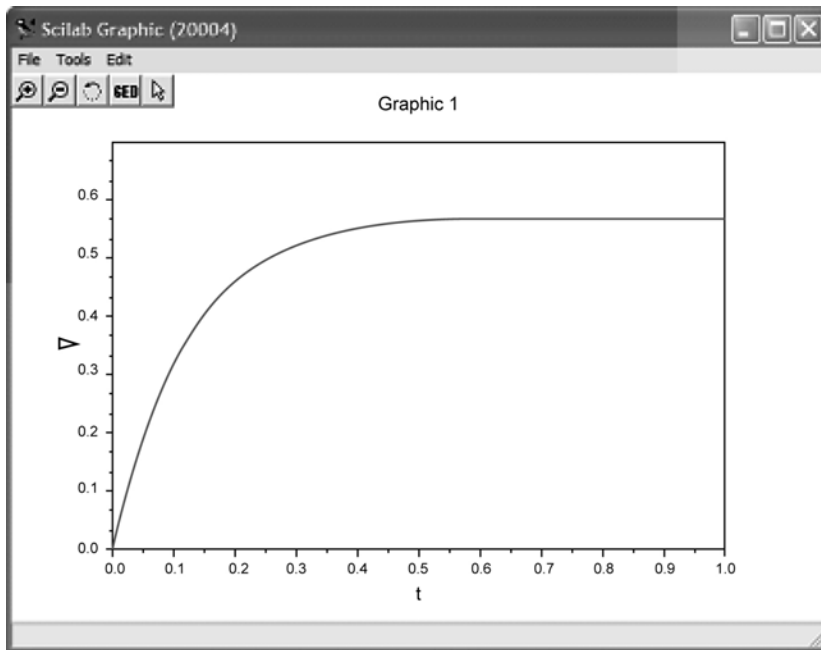


Figura 4.21 Resposta à malha fechada estável com controle P.

Pode ser mostrado que o sistema é estável para $K_c > 0,1$.

Exemplo 4.6 Desestabilização de um processo estável com controle PI.

Processo de segunda ordem

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

A resposta ao degrau unitário é mostrada na Figura 4.22. Pode-se ver que o processo é estável.

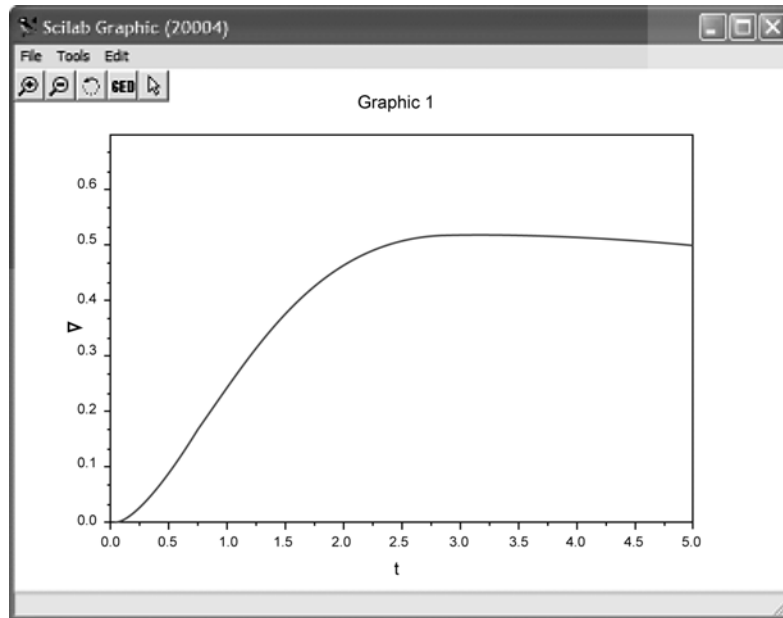


Figura 4.22 Resposta à malha aberta estável.

Introduzindo um sistema de controle *feedback* com controle PI e assumindo que:

$$G_m(s) = G_f(s) = 1$$

Para $K_c = 100$ e $\tau_i = 0,1$, a resposta é instável, conforme mostra a Figura 4.23. Nessa figura, pode-se observar que a amplitude da oscilação é cada vez maior, caracterizando uma resposta instável.

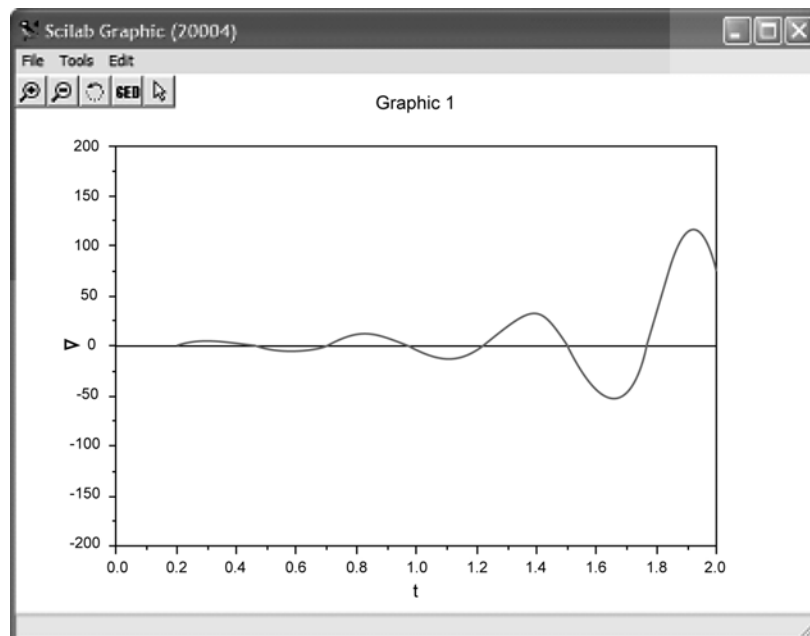


Figura 4.23 Resposta à malha fechada instável com controle PI.

UNIDADE 5

Controle avançado

5.1 Primeiras palavras

Até este ponto do texto foi considerado o uso de controle por realimentação para manter as condições de processo dentro dos valores desejados ou SP (*set points*). Nesta unidade, será visto que, algumas vezes, o controlador por realimentação do tipo PID convencional não é suficiente para execução do controle. Há processos em que os distúrbios provocam desvios do *set point* tão grandes, ou que duram demais. Nesses casos, outras estratégias de controle, chamadas de controle avançado, podem ser usadas, tais como controle *feedforward*, de relação, e em cascata.

5.2 Problematizando o tema

Essas técnicas não substituem o controlador por realimentação convencional, mas são alterações ou adições que simplesmente possibilitam melhor desempenho do sistema de controle. Na maioria dos casos, a malha de controle por realimentação básica é mantida. Também existem razões definidas pelas quais os controles *feedforward*, de relação ou em cascata são aplicados em benefícios definidos dessas aplicações. Esta unidade tem como objetivo introduzir os conceitos básicos envolvidos nessas estratégias de controle, com exemplos das suas aplicações mais comuns.

5.3 Controle antecipatório

O controle por realimentação (Figura 5.1) é o mais simples e o mais fácil de ser implementado, pois não exige que o projetista conheça as perturbações que afetam a variável controlada, nem as relações que guardam entre si. As malhas de controle por realimentação nunca conseguem atingir controle perfeito de um processo químico, isto é, manter a saída do processo continuamente no *set point* desejado na presença de variações na carga ou no *set point*. A razão é simples: um controlador por realimentação só reage após detectar um desvio no valor da saída do seu *set point* desejado.

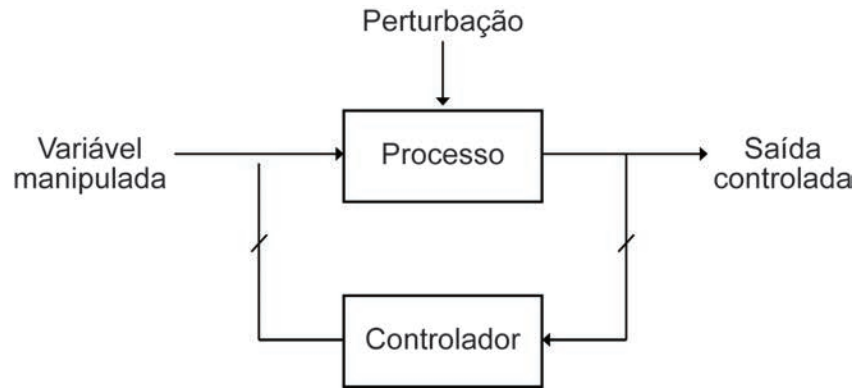


Figura 5.1 Esquema de controle por realimentação.

Diferentemente dos sistemas de controle por realimentação, uma configuração de controle antecipatório (*feedforward control*), esquematizada na Figura 5.2, antecipa o efeito das perturbações sobre a variável controlada, medindo diretamente o distúrbio (carga), e toma ações de controle para eliminar seu impacto sobre a saída do processo. Portanto, o controle *feedforward* tem potencial teórico para controle perfeito. Porém, é muito difícil implementá-lo corretamente, pois exige do projetista total conhecimento do processo e das perturbações a que este está sujeito, sob pena da variável controlada fugir totalmente do valor desejado.

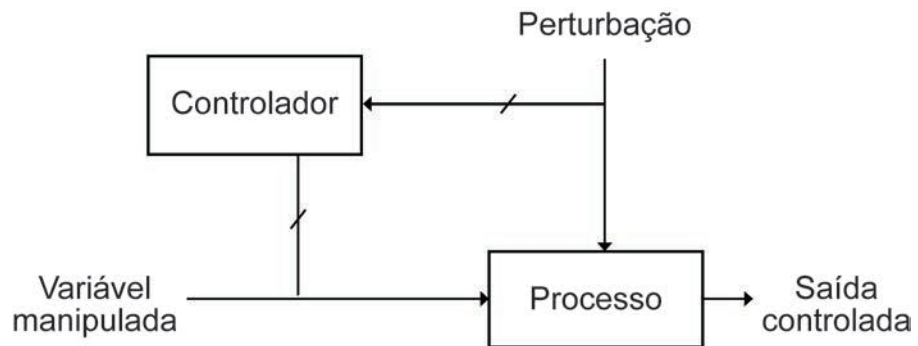


Figura 5.2 Esquema de controle antecipatório.

Cada controlador *feedforward* possui um algoritmo específico de acordo com o processo no qual vai ser aplicado, enquanto o algoritmo de controle *feedback* é geral (PID).

5.3.1 Projeto de controle antecipatório baseado no modelo em estado estacionário

A forma mais simples de controle *feedforward* pode ser tentar continuamente balancear o material e/ou a energia que devem ser retirados contra demandas da carga.

Exemplo 5.1 Considere o tanque agitado aquecido da Figura 5.3.

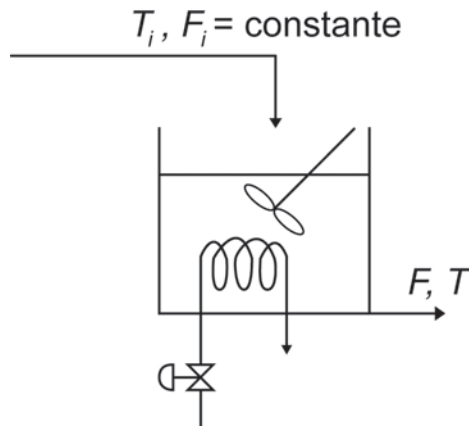


Figura 5.3 Tanque agitado aquecido.

- Balanço de massa total

$$A \frac{dh}{dt} = F_i - F$$

- Balanço de energia

$$Ah \frac{dT}{dt} = F_i (T_i - T) + \frac{Q}{\rho C_p}$$

Assumindo que T_c não varie e que $F_i = F$, então $dh/dt = 0$, e temos apenas o balanço de energia. T_c é a perturbação, e a quantidade de calor T fornecida pelo vapor é a variável manipulada. O objetivo de controle é manter a temperatura do líquido, T , no *set point* desejado d_{II} . Para o projeto do controlador *feedforward* estacionário, usamos a equação do balanço de energia no estado estacionário.

$$0 = F_i (T_i - T) + \frac{Q}{\rho C_p}$$

$$T = T_i + \frac{Q}{F_i \rho C_p}$$

Para manter $T = T_{sp}$, a variável manipulada T deve ser variada de acordo com a equação:

$$Q = F_i \rho C_p (T_{sp} - T_i)$$

(1)

A Equação 1 é a equação de projeto do controlador *feedforward* estacionário. Ela mostra como T deve ser variado na presença de variação na carga ou *set point*. A Figura 5.4 mostra o mecanismo de controle resultante.

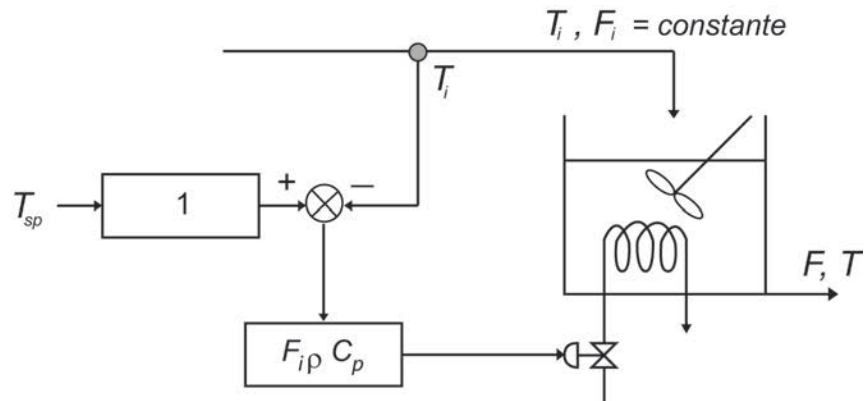


Figura 5.4 Diagrama de bloco do controle *feedforward* estacionário da temperatura de um tanque agitado aquecido.

O controlador *feedforward* estacionário sempre atingirá a performance estacionária desejada (isto é, $T = T_{sp}$ no estado estacionário). Isso não será verdade, em geral, durante a resposta transiente.

5.3.2 Projeto de controle antecipatório baseado no modelo dinâmico

Para melhorar a qualidade do controle durante a resposta transiente, devemos projetar o controlador *feedforward* usando o modelo dinâmico e não o seu equivalente no estado estacionário.

Exemplo 5.2 Tanque agitado aquecido.

$$\frac{V}{F_i} \frac{dT}{dt} + T = T_i + \frac{Q}{\rho C_p}$$

em que $V = Ah$

Na forma de variáveis desvio:

$$\frac{V}{F_i} \frac{dT'}{dt} + T' = T_i' + \frac{Q'}{\rho C_p}$$

Aplicando a Transformada de Laplace:

$$\bar{T}'(s) = \frac{\bar{T}'_i(s)}{\tau s + 1} + \frac{1}{F_i \rho C_p} \frac{1}{\tau s + 1} \bar{Q}'(s)$$

em que $\tau = \frac{V}{F_i}$ é o tempo de residência.

O controlador *feedforward* deve assegurar que $\bar{T}'(s) = \bar{T}'_{sp}(s)$ a despeito de qualquer variação na carga $\bar{T}'_i(s)$ ou no *set point* $\bar{T}'_{sp}(s)$.

$$\bar{Q}'(s) = F_i \rho C_p [(\tau s + 1) \bar{T}'_{sp}(s) - \bar{T}'_i(s)] \quad (1)$$

A Equação 1 é a equação de projeto do controlador *feedforward* dinâmico e a Figura 5.5 mostra o mecanismo de controle resultante.

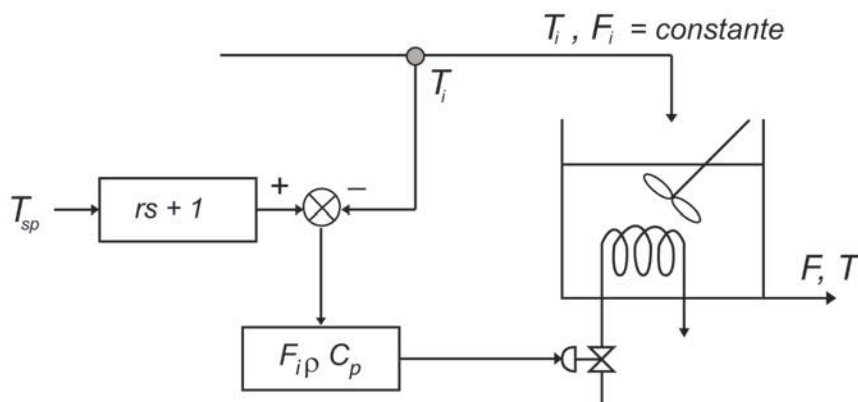


Figura 5.5 Diagrama de bloco do controle *feedforward* dinâmico da temperatura de um tanque agitado aquecido.

Note que a diferença entre os controladores *feedforward* estático dinâmico para o tanque aquecedor é a função de transferência $(\tau s + 1)$ multiplicando o *set point*. Portanto, espera-se que para variações na carga (perturbação), os dois controladores sejam equivalentes. Por outro lado, o controlador *feedforward* dinâmico será melhor para variações no *set point*.

Generalizando o projeto de controle *feedforward*, consideremos o diagrama de blocos de um processo mostrado na Figura 5.6.

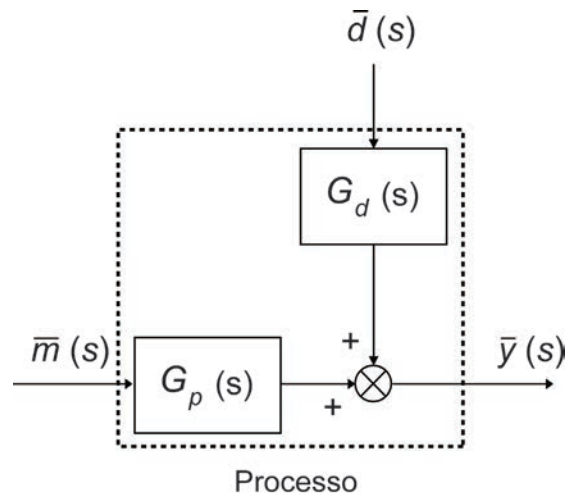


Figura 5.6 Diagrama de bloco do processo.

A saída é dada por:

$$\bar{y}(s) = G_p(s)\bar{m}(s) + G_d(s)\bar{d}(s)$$

Seja $\bar{y}_{sp}(s)$ o *set point* desejado para a saída do processo

$$\bar{y}_{sp}(s) = G_p(s)\bar{m}(s) + G_d(s)\bar{d}(s)$$

Podemos resolver a equação para $\bar{m}(s)$ e determinar o valor que a variável manipulada deve ter com vista a manter $\bar{y}(s) = \bar{y}_{sp}(s)$.

$$\bar{m}(s) = \left[\frac{1}{G_d(s)} \bar{y}_{sp}(s) - \bar{d}(s) \right] \frac{G_d(s)}{G_p(s)} \quad (5.1)$$

A Equação 5.1 determina a forma que o sistema de controle *feedforward* deve ter, conforme mostra a Figura 5.7.

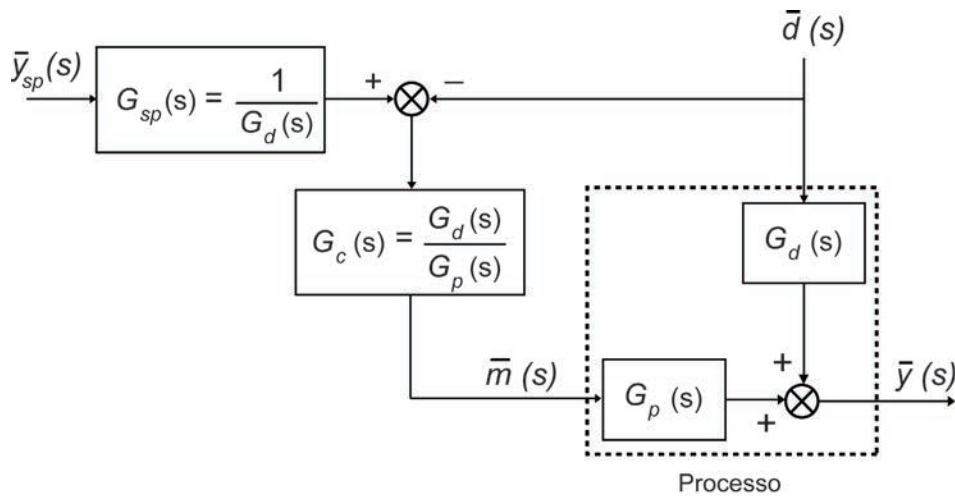


Figura 5.7 Diagrama de bloco da malha *feedforward*.

A Equação 5.1 determina também as duas funções de transferência, T_c e d_{ff} , dadas por:

$$G_c(s) = \frac{G_d(s)}{G_p(s)} = \text{função de transferência do controlador } \textit{feedforward} \quad (5.2)$$

$$G_{sp}(s) = \frac{1}{G_d(s)} = \text{função de transferência do elemento } \textit{set point} \quad (5.3)$$

Observações

- a) As Equações de projeto 5.2 e 5.3 mostram claramente que o controlador *feedforward* não pode ser um controlador por realimentação convencional (P, PI ou PID).
- b) As Equações de projeto 5.2 e 5.3 mostram que o controlador *feedforward* depende muito do bom conhecimento do modelo do processo (T_c e T_c). Para um controle perfeito, necessitamos do conhecimento exato de T_c e T_c , que não é possível na prática. Essa é a principal fraqueza do controle *feedforward*.
- c) No sistema de controle da Figura 5.7 foram omitidos o sensor e o elemento final de controle. A inclusão desses dois elementos altera as funções de transferência T_c e d_{ff} . Considere o sistema de controle mais geral da Figura 5.8 incluindo o sensor e o elemento final de controle, em que:

$$\bar{y} = G_p G_f G_c G_{sp} \bar{y}_{sp} + (G_d - G_p G_f G_c G_m) \bar{d}$$

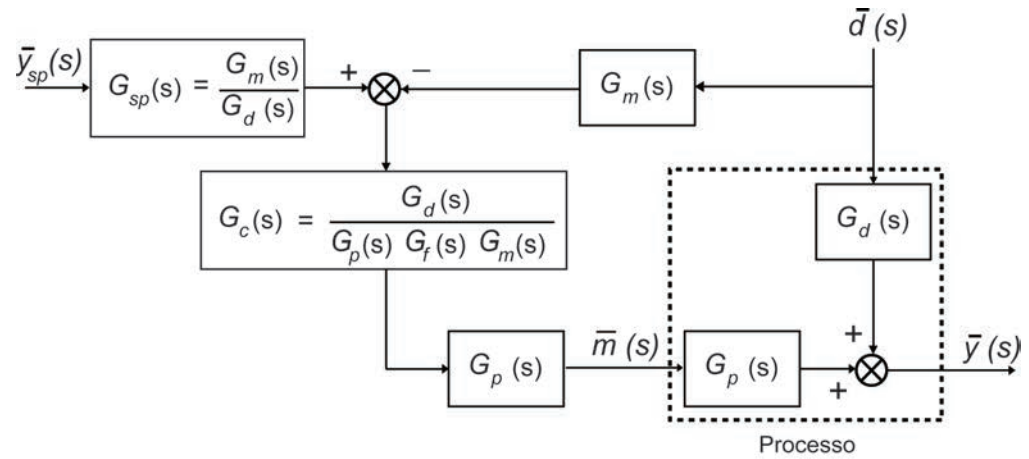


Figura 5.8 Diagrama de bloco da malha *feedforward*.

As funções de transferência podem ser obtidas da seguinte maneira:

Rejeição a perturbação. O controlador deve ser capaz de eliminar totalmente o impacto da variação na carga sobre a saída do processo. Isso implica que o coeficiente de \bar{d} na equação deve ser zero.

$$G_d - G_p G_f G_c G_m = 0$$

$$G_c = \frac{G_d}{G_p G_f G_m}$$

Acompanhamento do set point. O mecanismo de controle deve ser capaz de fazer com que a saída do processo acompanhe exatamente qualquer variação no set point (isto é, manter $\bar{y} = \bar{y}_{sp}$). Isso implica que o coeficiente de \bar{y}_{sp} na equação deve ser igual a um.

$$G_p G_f G_c G_{sp} = 1$$

$$G_p G_f \left(\frac{G_d}{G_p G_f G_m} \right) G_{sp} = 1$$

$$G_{sp} = \frac{G_m}{G_d}$$

Note que para $G_m = G_f = 1$, temos como resultado as Equações 5.2 e 5.3.

5.3.3 Aspectos práticos no projeto do controlador antecipatório

As equações de projeto indicam que o controlador *feedforward* é uma máquina computacional de propósitos específicos. A sua implementação prática é bastante simples se usarmos um computador digital como controlador, mas, para controladores analógicos, é bastante difícil, e caro, construir essas máquinas com propósitos específicos. Vamos examinar algumas simplificações que podem levar a implementações práticas de controle *feedforward*.

Para simplificar a apresentação, vamos assumir que $G_m = G_f = 1$. Assim, as equações formam a base do projeto do controlador. Cada uma dessas duas funções de transferência, $G_p(s)$ e $G_d(s)$, consiste de duas partes:

- a) Elemento estático, que corresponde ao ganho estático.

$$G_p(0) = \lim_{s \rightarrow 0} G_p(s) = K_p$$

$$G_d(0) = \lim_{s \rightarrow 0} G_d(s) = K_d$$

- b) Elemento puramente dinâmico, que é uma função de τ . Assim,

$$G_p(s) = K_p G'_p(s)$$

$$G_d(s) = K_d G'_d(s)$$

e

$$G_c(s) = \frac{G_d(s)}{G_p(s)} = \frac{\frac{K_d}{\alpha s + 1}}{\frac{K_p}{\beta s + 1}} = \frac{K_d}{K_p} \frac{\beta s + 1}{\alpha s + 1} = K_{ff} \frac{\beta s + 1}{\alpha s + 1} \quad (5.4)$$

$$G_{sp}(s) = \frac{1}{G_d(s)} = \frac{1}{K_d} (\alpha s + 1) \quad (5.5)$$

O controlador dado pela Equação 5.4 é chamado de elemento avanço-atraso (*lead-lag*), porque $(\beta s + 1)$ introduz avanço de fase e $1/(\alpha s + 1)$ adiciona atraso de fase (STEPHANOPOULOS, 1984). d_{II} , τ e T são parâmetros ajustáveis do controlador. Para o elemento *set point* $G_{sp}(s)$, a Equação 5.5 indica que devemos usar um elemento de avanço.

Os elementos avanço-atraso são facilmente implementados ou digitalmente ou por componentes analógicos, e são os mais usados em controle *feedforward* dinâmico. Eles são bastante versáteis, pois, ajustando os parâmetros τ e T , permite-nos usá-los como elemento de avanço ($\beta \gg \alpha$) ou elemento de atraso ($\alpha \gg \beta$).

Exemplo 5.3 Considere um processo com as seguintes funções de transferência:

$$G_p(s) = \frac{1}{5s+1}, \quad G_d(s) = \frac{1}{5s+1}$$

Da Equação 5.4, a lei de controle *feedforward* é:

$$G_c = \frac{G_d}{G_p} = \frac{1}{5s+1} \frac{5s+1}{1} = 1$$

O diagrama Scicos do sistema de controle *feedforward* é mostrado na Figura 5.9. A resposta da saída a uma variação de grau unitário na carga é mostrada na Figura 5.10. Note que a saída se mantém no seu valor estacionário, ou seja, há uma perfeita compensação da perturbação. Isso foi possível, porque o processo é conhecido com exatidão.

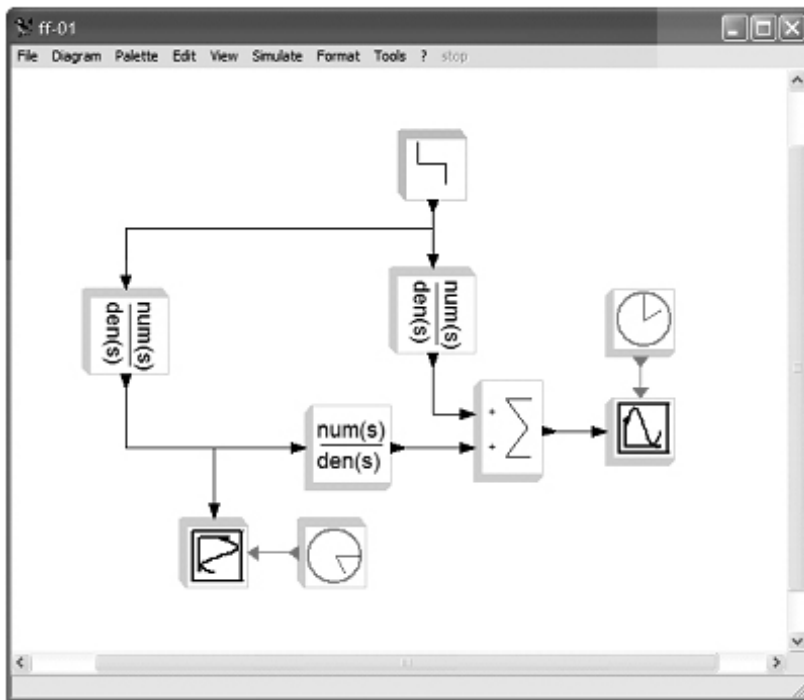


Figura 5.9 Janela do modelo do sistema de controle.

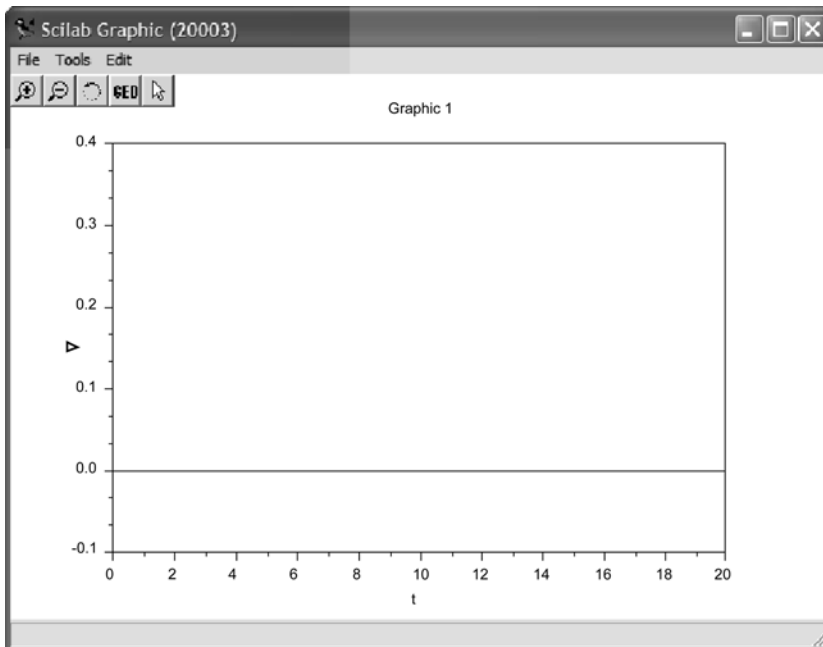


Figura 5.10 Resposta da saída a uma variação degrau unitário na carga.

5.3.4 Realizabilidade física

Exemplo 5.4 Considere um processo com as seguintes funções de transferência:

$$G_p(s) = \frac{K_p e^{-t_d s}}{\tau_p s + 1}$$

$$G_d(s) = \frac{K_d}{\tau_d s + 1}$$

Da Equação 5.4, o controlador *feedforward* é

$$G_c = \frac{G_d}{G_p} = \frac{K_d}{K_p} \frac{\tau_p s + 1}{\tau_d s + 1} e^{t_d s}$$

O termo exponencial $e^{t_d s}$ indica que precisamos dos valores futuros da perturbação com vista a calcular o valor atual da variável manipulada. Mas tais valores futuros da perturbação não são disponíveis. Nesses casos, o controlador *feedforward* é caracterizado como fisicamente não realizável e não pode ser aplicado em sistemas reais. Entretanto, podemos aproximar o controle ideal omitindo o termo exponencial e ajustando os valores numéricos das constantes de tempo nos termos avanço e atraso.

Exemplo 5.5 Considere o seguinte sistema:

$$G_p(s) = \frac{e^{-5s}}{50s + 1}, \quad G_d(s) = \frac{0,5e^{-s}}{10s + 1}$$

então, o controlador *feedforward* ideal é

$$G_c = \frac{G_d}{G_p} = \frac{\frac{0,5e^{-s}}{10s + 1}}{\frac{e^{-5s}}{50s + 1}} = 0,5 \frac{50s + 1}{10s + 1} e^{4s}$$

Vamos omitir o termo exponencial.

$$G_c = 0,5 \frac{50s + 1}{10s + 1}$$

O diagrama Scicos do sistema de controle *feedforward* é mostrado na Figura 5.11. A resposta da saída a uma variação degrau unitário na carga é mostrada na Figura 5.12. Note que nesse caso houve desvio da saída em relação ao *set point* e retornando a este valor após um período de tempo.

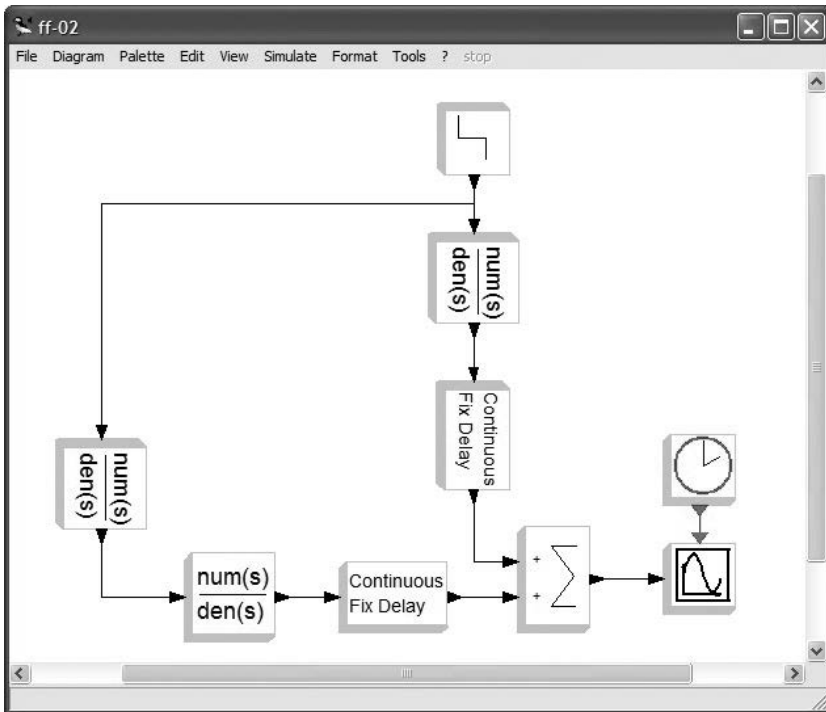


Figura 5.11 Janela do modelo do sistema de controle.

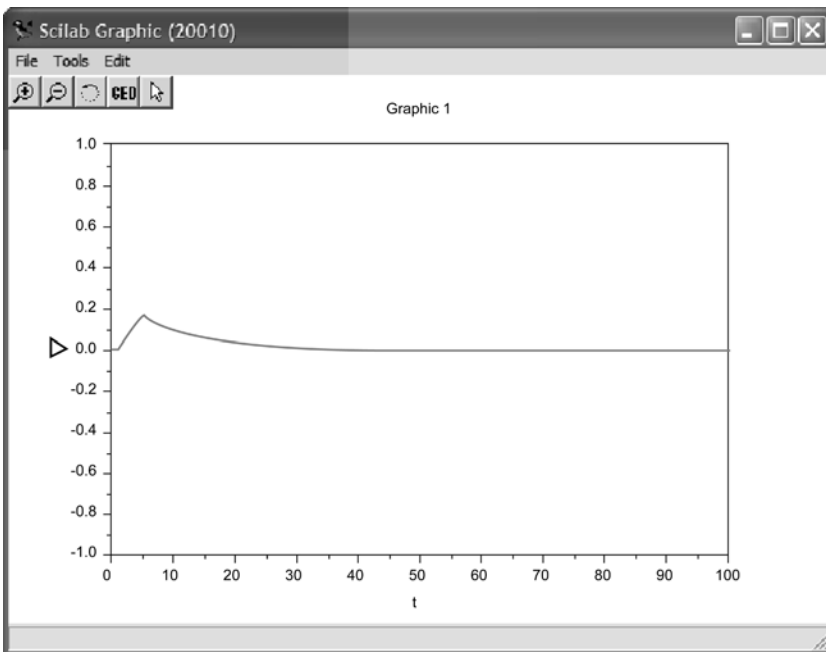


Figura 5.12 Resposta da saída a uma variação degrau unitário na carga.

Exemplo 5.6 Se

$$G_p(s) = \frac{K_p}{(\tau_{p_1}s+1)(\tau_{p_2}s+1)}, \quad G_d(s) = \frac{K_d}{\tau_d s+1}$$

então o controlador *feedforward* ideal é

$$G_c = \frac{G_d}{G_p} = \frac{K_d}{K_p} \frac{(\tau_{p_1}s+1)(\tau_{p_2}s+1)}{\tau_d s+1}$$

e fisicamente não realizável, desde que o numerador seja um polinômio de grau maior do que o grau do denominador (sistema impróprio). Novamente, podemos aproximar esse controlador por um fisicamente realizável, tal como um elemento avanço-atraso, em que o termo avanço contém a soma de duas constantes de tempo, $\tau_{p_1} + \tau_{p_2}$.

Exemplo 5.7 Considere o seguinte sistema:

$$G_p(s) = \frac{2}{(15s+1)(3s+1)}, \quad G_d(s) = \frac{1,5}{5s+1}$$

O controlador *feedforward* ideal é:

$$G_c = \frac{G_d}{G_p} = \frac{1,5}{2} \frac{(15s+1)(3s+1)}{5s+1}$$

Já que o sistema é impróprio, o controlador é fisicamente não realizável. Uma maneira de contornar isso é fazer com que o termo no numerador seja de primeira ordem. Podemos usar a aproximação $(18s+1)$ para o numerador, resultando num controlador *lead-lag*.

$$G_c = 0,75 \frac{18s+1}{5s+1}$$

O diagrama Scicos do sistema de controle *feedforward* é mostrado na Figura 5.13. A resposta da saída a uma variação degrau unitário na carga é mostrada na Figura 5.14. Note que nesse caso houve desvio da saída em relação ao *set point* e retornando a este valor após um período de tempo.

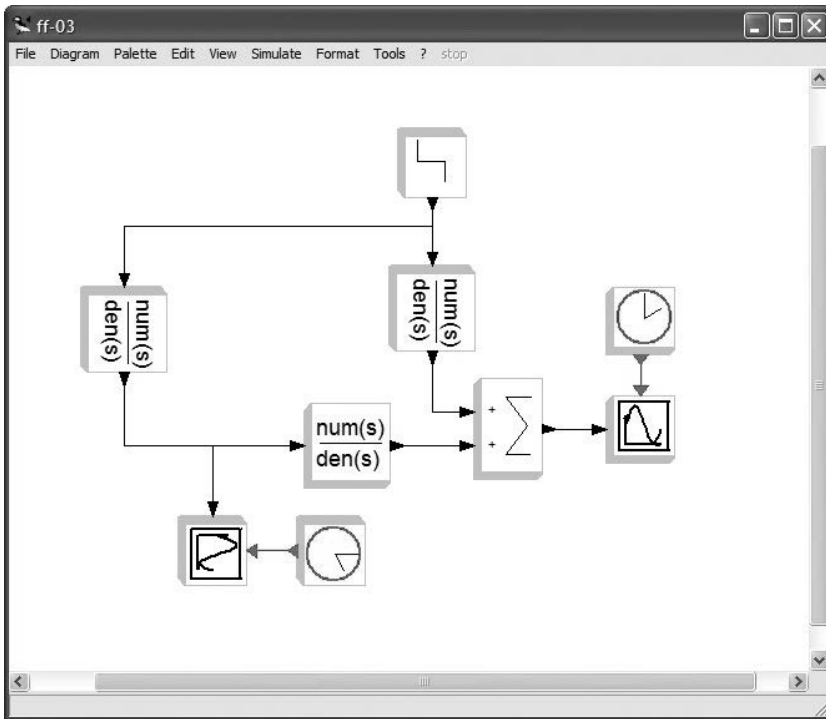


Figura 5.13 Janela do modelo do sistema de controle.

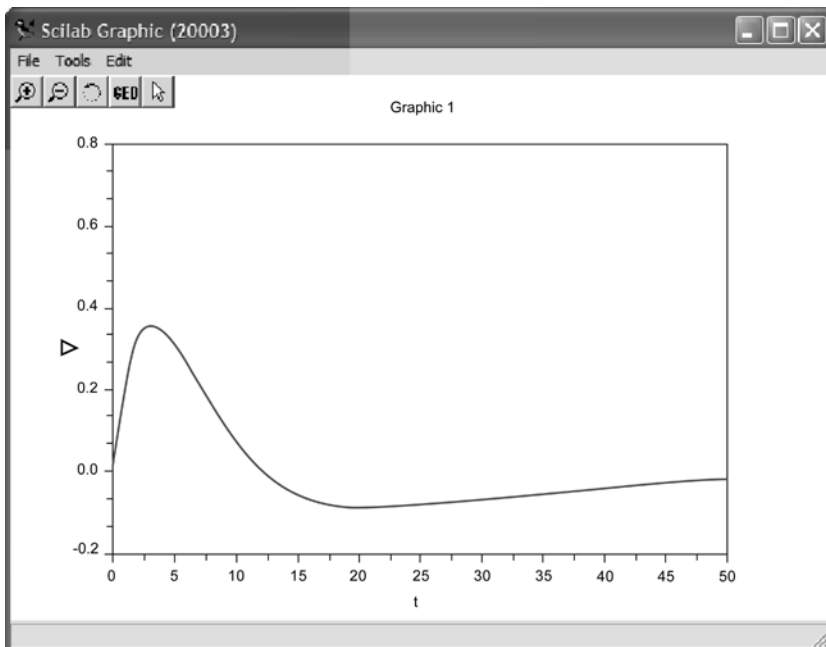


Figura 5.14 Resposta da saída a uma variação degrau unitário na carga.

5.4 Controle *feedback-feedforward*

O desempenho do controle *feedforward* é limitado pelas incertezas do modelo. Sem um modelo perfeito do processo, o controlador não consegue compensar

completamente as perturbações. Na prática, o controle *feedforward* é combinado com o controle *feedback*, como mostra o diagrama de blocos na Figura 5.15. O controlador *feedforward* compensa as perturbações na carga, enquanto o controlador *feedback* compensa outras perturbações e incertezas do modelo.

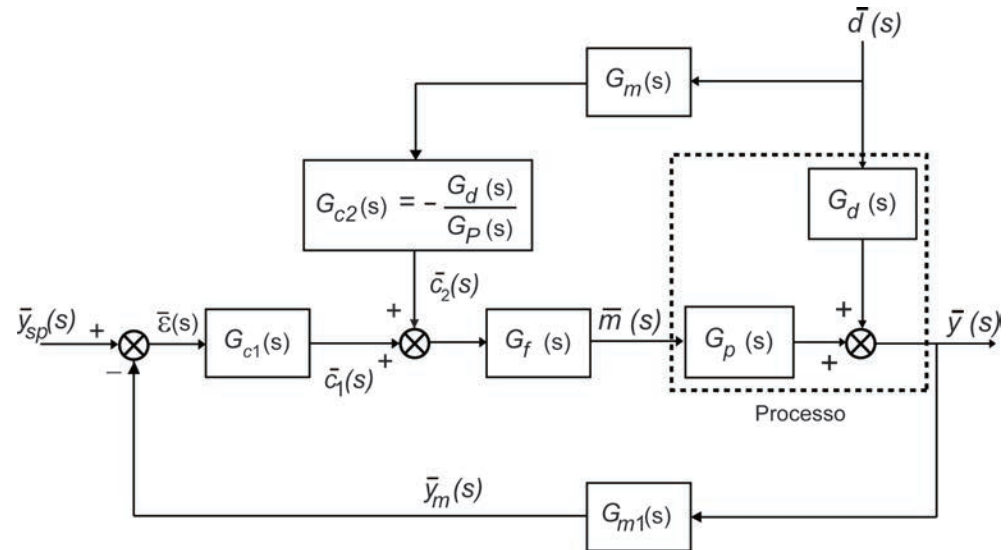


Figura 5.15 Diagrama de bloco da malha *feedback-feedforward*.

Exemplo 5.8 Considere um processo com as seguintes funções de transferência:

$$G_p(s) = \frac{1}{5s+1}, \quad G_d(s) = \frac{1}{5s+1}$$

Vamos comparar a rejeição dos distúrbios dos controladores *feedback* e *feedback-feedforward* a uma variação degrau unitário na carga.

Os ajustes do controlador PI são:

$$K_c = 2, \quad \tau_I = 5$$

O controlador *feedforward* é um controlador estático com $G_{c2} = 1$.

O diagrama Scicos do sistema de controle *feedback* é mostrado na Figura 5.16. A resposta da saída a uma variação degrau unitário na carga é mostrada na Figura 5.17.

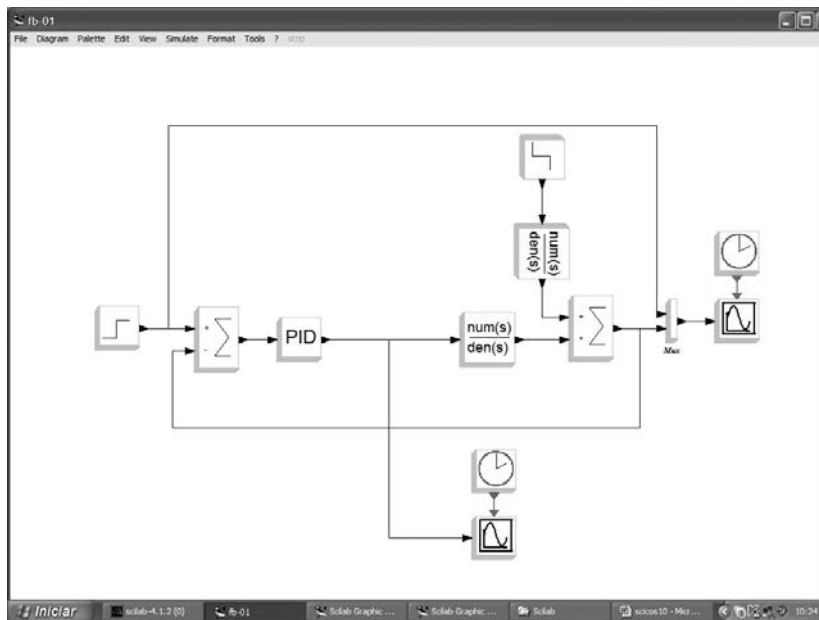


Figura 5.16 Janela do modelo do sistema de controle.

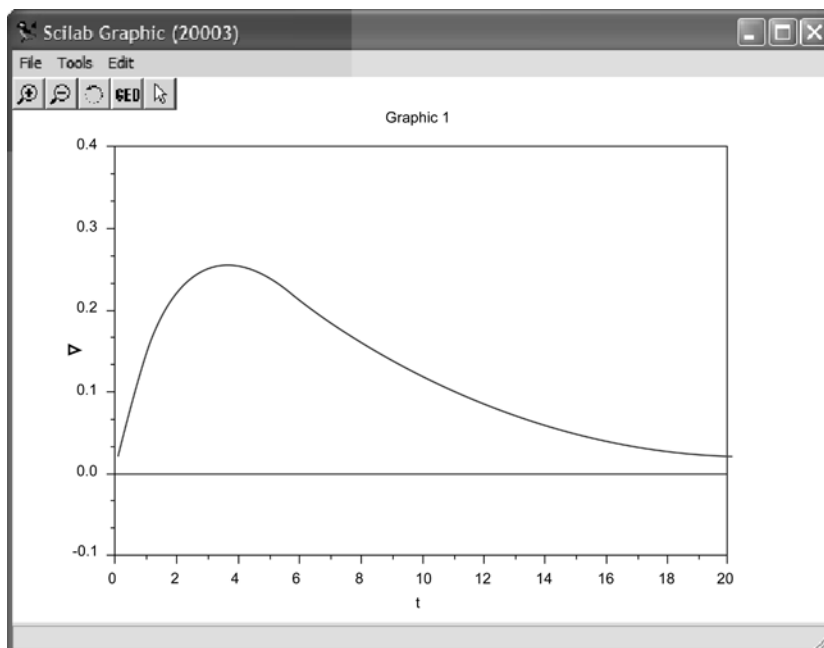


Figura 5.17 Resposta da saída a uma variação degrau unitário na carga.

O diagrama Scicos do sistema de controle *feedback-feedforward* é mostrado na Figura 5.18. A resposta da saída a uma variação degrau unitário na carga é mostrada na Figura 5.19. Note que há uma compensação exata do distúrbio.

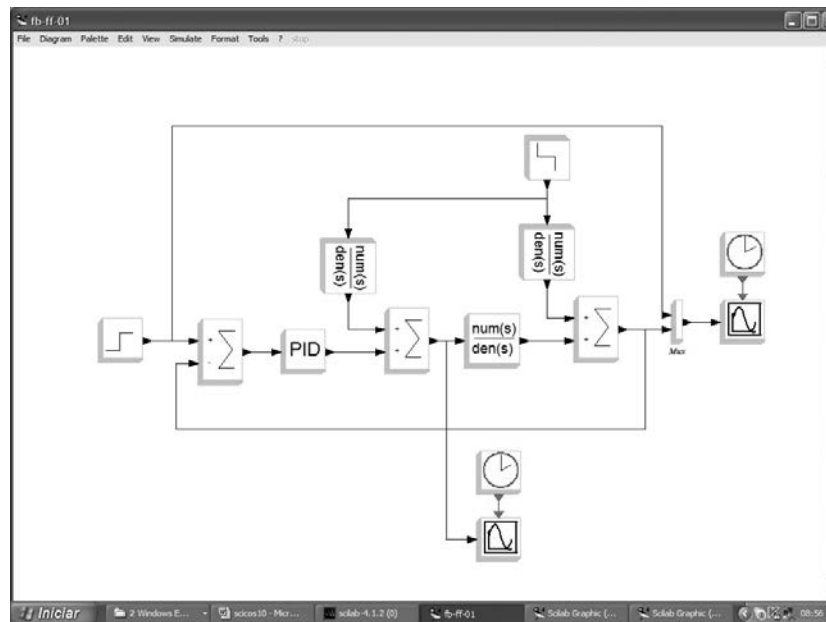


Figura 5.18 Janela do modelo do sistema de controle.

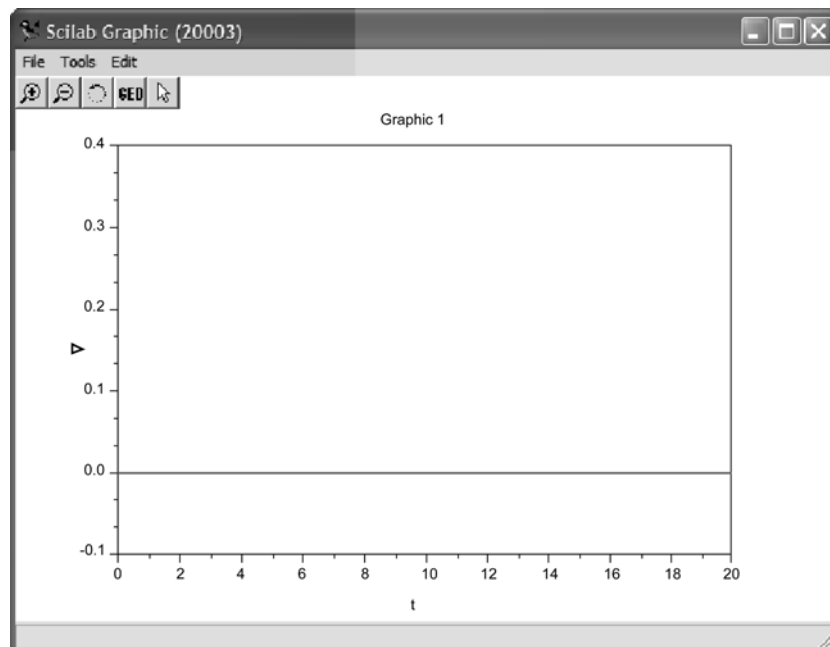


Figura 5.19 Resposta da saída a uma variação degrau unitário na carga.

5.5 Controle de relação

Controle de relação é um tipo especial de controle *feedforward* em que o objetivo é manter a relação entre duas variáveis num valor especificado. Ele é muito usado para controlar a relação entre as vazões de duas correntes.

O controle de relação entre as vazões de duas correntes pode ser implementado por duas configurações básicas:

Configuração 1. Medimos ambas as vazões (Figura 5.20)

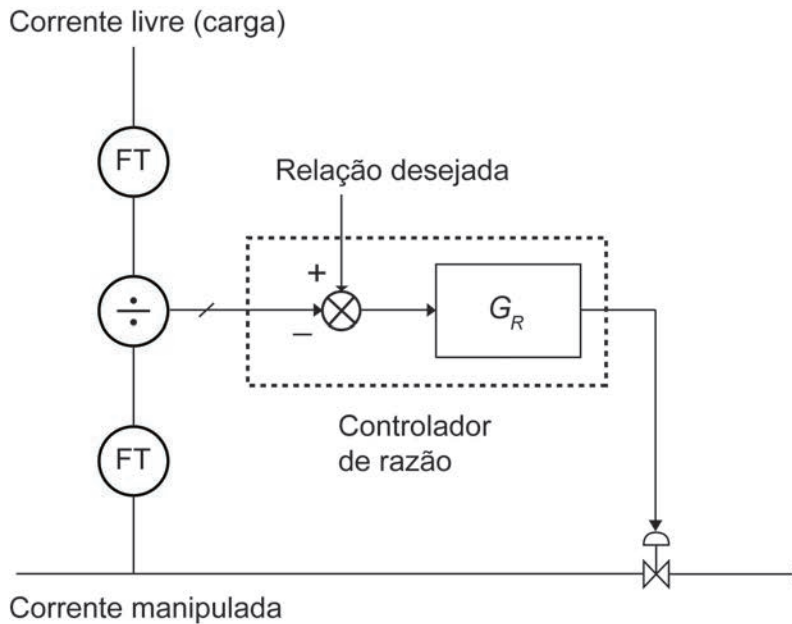


Figura 5.20 Controle de relação (configuração 1).

e calculamos a relação F_B/F_A usando um elemento divisor. Elementos de cálculos específicos, tais como divisores e multiplicadores, são disponibilizados como itens fora de série em ambos os sistemas de controle: pneumático e eletrônico. A saída do divisor é comparada com a relação desejada, *set point*, e o desvio entre a relação desejada e a medida constituem o sinal atuante para o controlador de relação.

Uma vez que a relação é dada por:

$$R = \frac{F_B}{F_A} = \left(\frac{1}{F_A} \right) F_B$$

o ganho do processo é

$$K_p = \frac{1}{F_A}$$

Portanto, o ganho do processo varia em função da vazão da corrente A. Isso significa que o controlador de relação precisa ser sintonizado de forma diferente, dependendo da vazão da corrente A.

Configuração 2. Mede-se a vazão da corrente livre A (carga) e multiplica-a pela relação desejada (Figura 5.21). O resultado é a vazão que a corrente manipulada B deve ter e constitui o *set point*, que então é comparado com o valor da vazão da corrente manipulada B. O desvio constitui o sinal atuante para o controlador, que ajustará a vazão da corrente B apropriadamente.

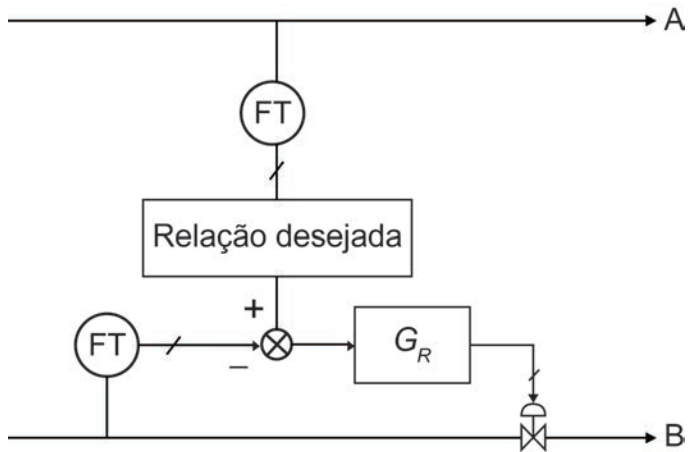


Figura 5.21 Controle de relação (configuração 2).

Nesse caso, tanto a entrada manipulada quanto a saída medida do controlador de vazão é a vazão T_c . Assim, o ganho é constante e igual a um.

Exemplo 5.9 Controle de temperatura de um processo de mistura.

Duas correntes, uma a 65 °C e a outra a 10 °C, são combinadas num tanque de mistura (Figura 5.22).

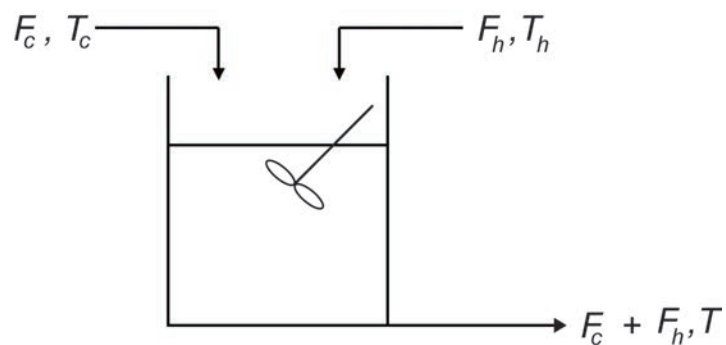


Figura 5.22 Tanque de mistura.

A corrente final precisa ser mantida a 50 °C, a despeito de variações na alimentação de fluido frio. Sugira um sistema de controle de relação que manipule adequadamente as vazões de alimentação das correntes fria e quente de modo a manter a relação desejada. Qual é o *set point* da relação apropriado para o controlador? Suponha que todas as correntes possuam a mesma capacidade calorífica.

Como a temperatura de mistura está mais próxima da temperatura da corrente quente que da fria, a vazão da primeira será maior do que a da segunda. O sistema de controle de relação recomendado mediria a vazão do fluido quente e ajustaria a vazão de alimentação do fluido frio para manter a temperatura. O *set point* apropriado deve ser calculado, nesse caso, usando-se o balanço de energia.

$$F_h \rho C_p T_h + F_c \rho C_p T_c = (F_h + F_c) \rho C_p T$$

em que:

T_c, T_c = vazão volumétrica de alimentação quente e fria;

T, T_c, T_c = temperatura do produto e dos líquidos quente e frio, respectivamente (°C);

T_c = capacidade calorífica (cal/g °C).

Pretende-se determinar a relação T entre a vazão fria e a vazão quente.

$$R = \frac{F_c}{F_h}$$

O balanço de energia pode ser simplificado para:

$$F_h T_h + F_c T_c = (F_h + F_c) T$$

$$F_h T_h - F_h T = F_c T - F_c T_c$$

$$F_h (T_h - T) = F_c (T - T_c)$$

Logo:

$$\frac{F_c}{F_h} = \frac{T_h - T}{T - T_c}$$

Portanto, a relação requerida de vazão de alimentação fria para vazão de alimentação quente é:

$$R = \frac{T_h - T}{T - T_c} = \frac{65 - 50}{50 - 10} = 0,375$$

Agora, suponha que as capacidades caloríficas da alimentação quente, da alimentação fria e da corrente do produto sejam de 1,1; 0,9; e 1,0. Para este caso, em que as capacidades caloríficas das correntes são diferentes, a situação é um tanto mais complicada. O balanço de energia é:

$$F_h \rho C_{ph} T_h + F_c \rho C_{pc} T_c = (F_h + F_c) \rho C_p T$$

em que:

T_c , d_{II} , d_{II} = capacidades caloríficas do produto, dos líquidos quente e frio, respectivamente (cal/g °C)

Resolvendo essa equação para a relação requerida de vazão de alimentação fria para vazão de alimentação quente resulta:

$$R = \frac{C_{ph} T_h - C_p T}{C_p T - C_{pc} T_c}$$

Note que a relação depende da temperatura da corrente quente de alimentação.

Substituindo os valores na equação:

$$R = \frac{1,1(65) - 1,0(50)}{1,0(50) - 0,9(10)} = 0,524$$

5.6 Controle em cascata

Uma desvantagem do controle *feedback* convencional é que ações corretivas para perturbações não se iniciam até que a variável controlada desvie-se do seu *set point*. Uma maneira alternativa que melhora a resposta dinâmica a variações na carga é usar uma medida secundária e um controlador *feedback* secundário. A medida secundária é colocada de modo que reconhece condições de distúrbio mais rapidamente do que a variável controlada, mas a perturbação não é necessariamente medida. Essa maneira de usar múltiplas malhas *feedback* é chamada de controle em cascata.

O controle em cascata é definido como a configuração na qual o sinal de saída de um controlador é o *set point* de pelo menos um outro controlador. Mais precisamente, o controle em cascata consiste em malhas ou sistemas de controle que ficam um dentro do outro. Na configuração controle em cascata, tem-se

uma variável manipulada e mais de uma medida. É claro que com apenas uma manipulação simples controlamos apenas uma saída.

Exemplificando a discussão acima, vamos considerar um sistema consistindo de duas partes, como mostrado na Figura 5.23: processo I e processo II. O processo I (primário) tem a saída como a variável que queremos controlar. O processo II (secundário) tem uma saída que não temos interesse em controlar, mas que afeta a saída que queremos controlar, e deve ser, se possível, a principal perturbação que afeta o sistema.

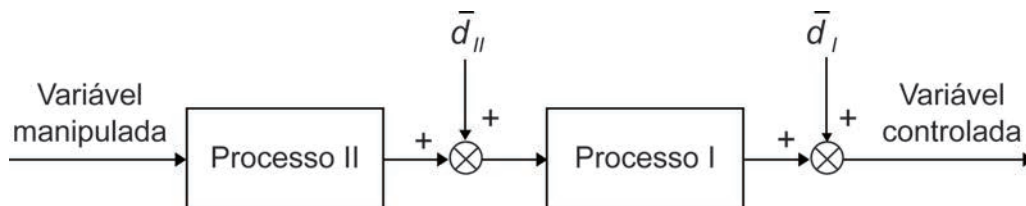


Figura 5.23 Processo em malha aberta.

O controle *feedback* convencional para esse sistema é mostrado na Figura 5.24.

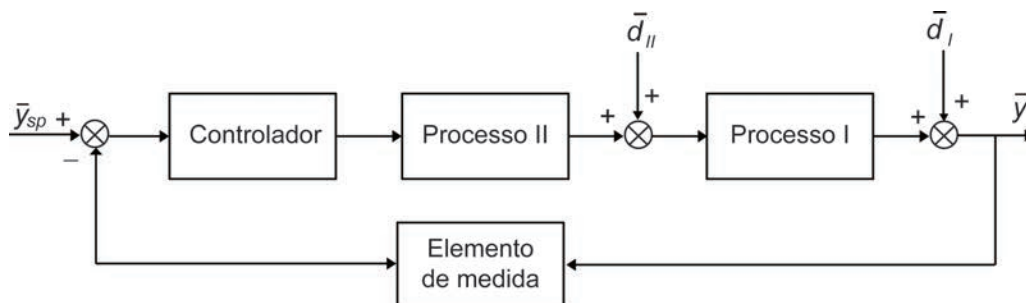


Figura 5.24 Controle *feedback* convencional.

A Figura 5.25 mostra uma malha típica de controle em cascata. Essa malha é constituída basicamente por duas malhas de controle por realimentação, sendo uma chamada de primária ou “mestre,” e a outra de secundária ou “escrava”. A variável controlada da malha mestre é a própria variável que se deseja controlar, enquanto a variável controlada da malha escrava, se possível, deve ser a principal perturbação que afeta o sistema.

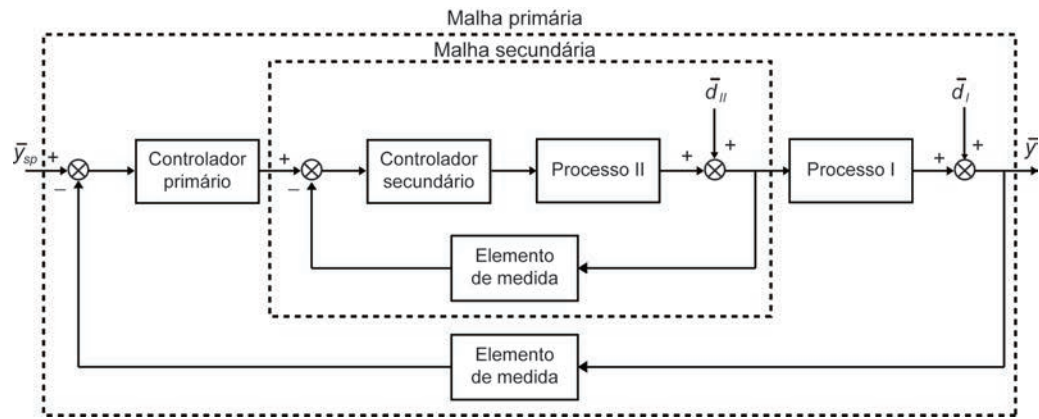


Figura 5.25 Controle em cascata.

A figura anterior mostra claramente o principal benefício com o controle em cascata, em que perturbações vindas da malha secundária são corrigidas pelo controlador secundário antes que elas afetem o valor da saída controlada primária. Esse importante benefício levou ao uso extensivo do controle em cascata nos processos químicos.

A sintonia dos dois controladores de um sistema de controle em cascata é feita em duas etapas:

- **Primeira etapa.** Determinam-se os ajustes do controlador secundário usando um dos métodos de sintonia já vistos. Em geral, é usado na malha secundária um controlador proporcional. Qualquer *offset* gerado pelo controle P na malha secundária não é relevante, uma vez que não temos interesse em controlar a saída do processo secundário.
- **Segunda etapa.** Usando os ajustes da malha secundária, escolhemos os ajustes para o controlador primário. Normalmente, o controlador primário é um PI ou PID.

Exemplo 5.10 Controle em cascata de um reator CSTR encamisado.

Considere o CSTR mostrado na Figura 5.26. A reação é exotérmica e o calor gerado é removido pelo fluido de resfriamento, que circula pela camisa do reator. O objetivo do controle é manter a temperatura do reator, T , constante no valor desejado. Possíveis perturbações no reator incluem a temperatura da alimentação T_c e a temperatura do fluido de resfriamento T_c . A única variável manipulada é a vazão do fluido de resfriamento T_c .

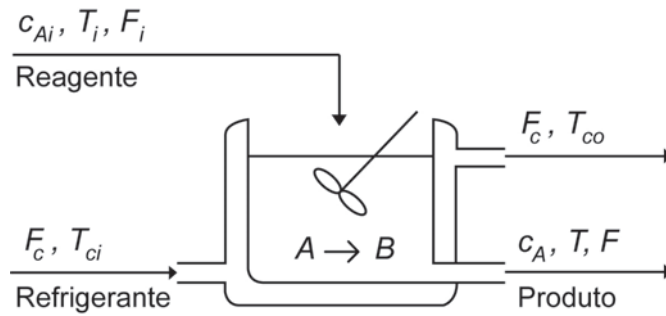


Figura 5.26 Reator CSTR encamisado.

A estrutura mais simples é o *feedback* simples (Figura 5.27), em que mede-se a temperatura T e manipula-se a vazão do fluido de resfriamento T_c . É claro que T responderá mais rapidamente a variações em T_c do que a variações em T_c . Portanto, o controle *feedback* simples é mais efetivo para compensar variações em T_c e menos efetivo para compensar variações em T_c .

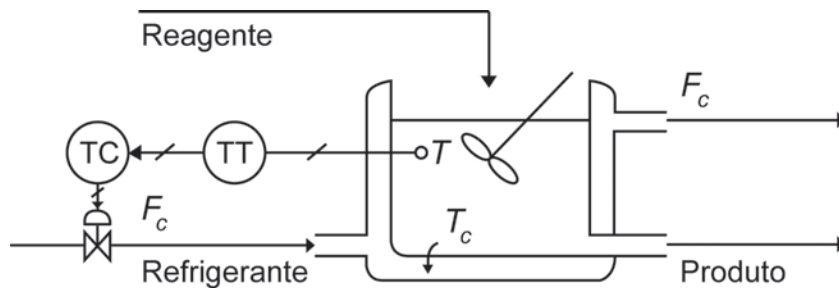


Figura 5.27 Controle *feedback* da temperatura de um CSTR encamisado.

Consegue-se acelerar a resposta do controle *feedback* simples a variações na temperatura do fluido refrigerante T_c , e tomar ações de controle antes que seu efeito seja sentido pelo reator, adicionando um segundo controle *feedback* para a temperatura da camisa com seu *set point* determinado pelo controlador de temperatura do reator para formar o controle em cascata. Assim, se T_c aumentar, aumenta-se a vazão do fluido de resfriamento para remover a mesma quantidade de calor. Diminui-se a vazão do fluido de resfriamento quando T_c diminuir. Temos duas malhas de controle usando duas medidas diferentes, T e T_c , mas compartilhando uma variável manipulada comum T_c . Essa configuração em cascata está mostrada na Figura 5.28.

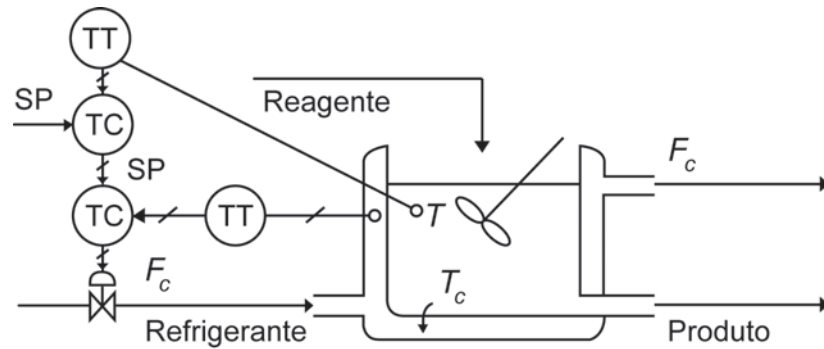


Figura 5.28 Controle em cascata da temperatura de um CSTR encamisado.

- A malha que mede T (variável controlada) é a dominante, ou primária ou malha de controle mestre, e usa o *set point* fornecido pelo operador.
- A malha que mede T_c usa a saída do controlador primário como seu *set point* e é chamada de secundária ou escrava.

Exemplo 5.11 Considere um processo com as seguintes funções de transferência:

$$G_{p,I}(s) = \frac{1}{(0,5s+1)(s+1)} \text{ e } G_{p,II}(s) = \frac{1}{0,1s+1}$$

O processo secundário é mais rápido que o primário, como pode ser visto pelas respectivas constantes de tempo. Vamos comparar o desempenho entre a malha de controle *feedback* simples e a malha de controle em cascata para esse processo.

Controle *feedback* PI. Escolhendo $\tau_I = 1$, o ganho limite é $K_U = 12,0$. O diagrama Scicos do sistema de controle *feedback* é mostrado na Figura 5.29. A resposta ao degrau unitário em d_{II} é mostrada na Figura 5.30.

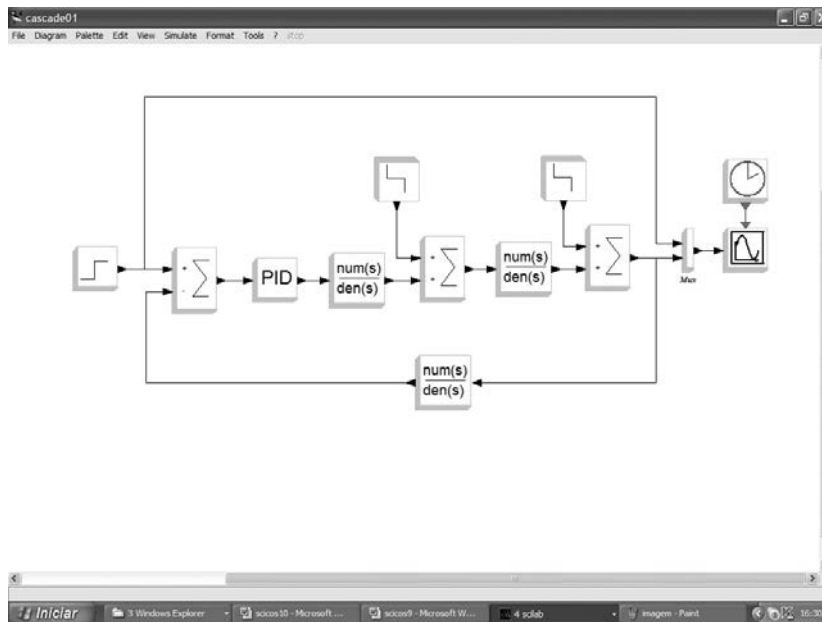


Figura 5.29 Janela do modelo do sistema de controle *feedback*.

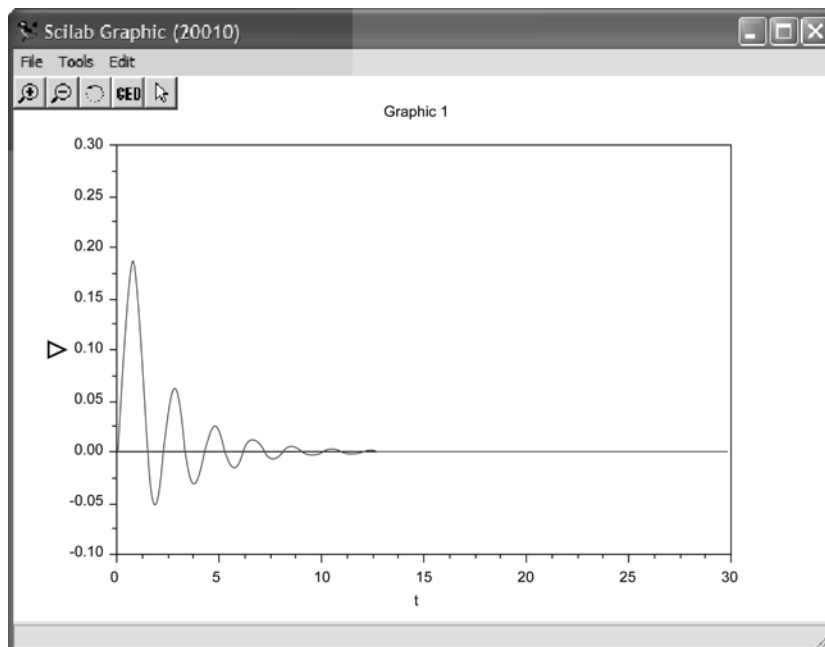


Figura 5.30 Resposta da saída a uma variação degrau unitário na carga.

Controle em cascata. Usando o controle P na malha secundária e o controle PI na malha primária. Como não há problema de estabilidade na malha secundária, pode-se usar valores elevados para o ganho $K_{c,I}$ para conseguir respostas rápidas em malha fechada a perturbações em d_{II} . Uma vez escolhido o valor de $K_{c,I}$ para a malha secundária, ajustam-se os valores de $K_{c,I}$ e $\tau_{I,II}$. A Figura 5.31 mostra o diagrama Scicos do sistema de controle em cascata e a Figura 5.32 mostra a resposta a uma variação degrau unitário em d_{II} . Os ajustes do

controlador PI da malha primária são $K_{c,I} = 12$ e $\tau_{I,I} = 1$, e o ganho do controlador da malha secundária é $K_{c,II} = 24$.

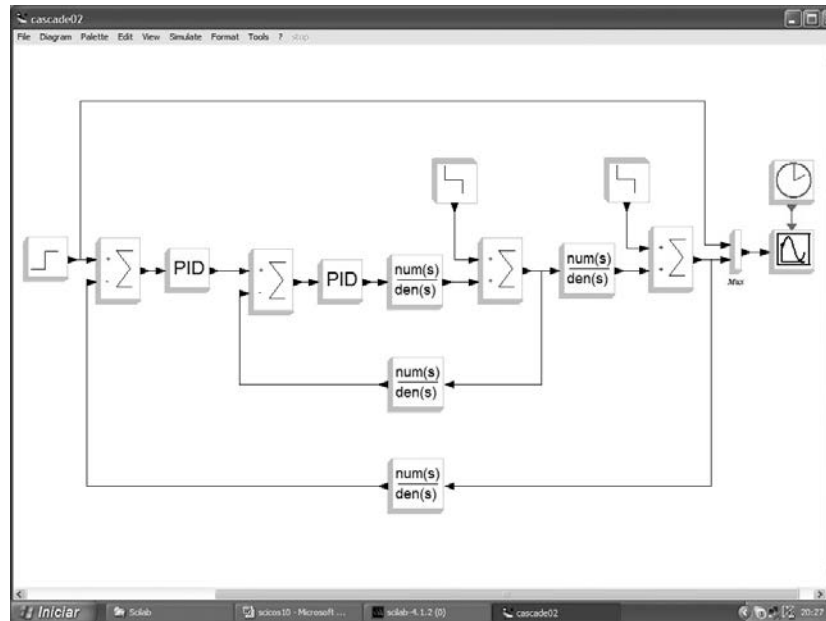


Figura 5.31 Janela do modelo do sistema de controle em cascata.

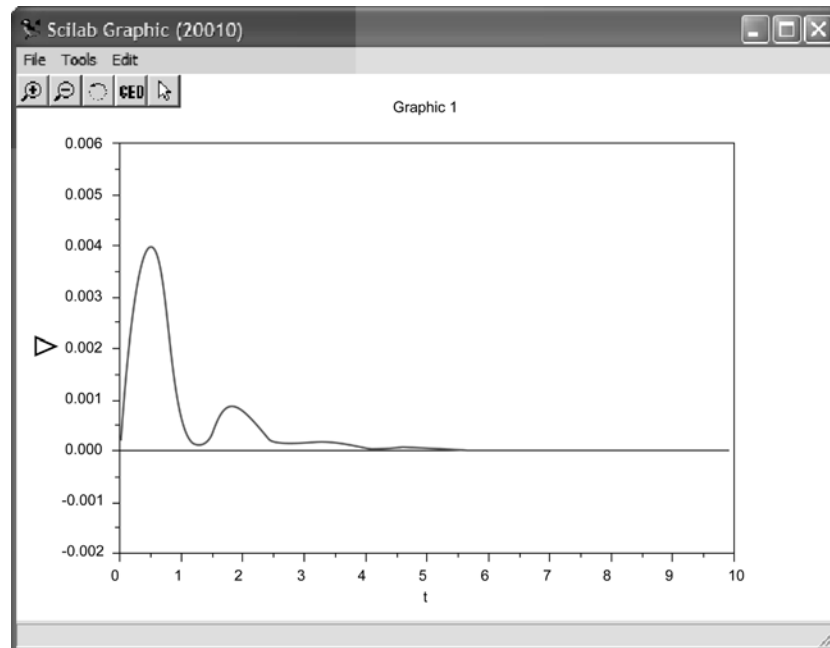


Figura 5.32 Resposta da saída a uma variação degrau unitário na carga.

A comparação entre as duas respostas da saída a uma variação degrau unitário na carga d_{II} mostra um desempenho melhor para o sistema de controle em cascata, em que os desvios são bem menores.

REFERÊNCIAS

- BEQUETTE, B. W. *Process dynamics: modeling, analysis, and simulation*. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1998.
- COUGHANOWR, D. R.; KOPPEL, L. B. *Análise e controle de processos*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978.
- HARRIOT, P. *Process control*. New Delhi: Tata McGraw-Hill, 1972.
- LUYBEN, W. L. *Process modeling, simulation and control for chemical engineers*. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1990.
- PERRY, R. H.; CHILTON, C. H. *Chemical engineer's handbook*. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 1973.
- SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. *Process dynamics and control*. New York: John Wiley & Sons, 1989.
- STEPHANOPOULOS, G. *Chemical process control: an introduction to theory and practice*. New Jersey: Prentice Hall, 1984.
- SUNDARESAN, K. R.; KRISHNASWAMY, P. R. Estimation of time delay, time constant parameters in time, frequency, and Laplace domain. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 56, p. 257, 1977.

SOBRE O AUTOR

Wu Hong Kwong

Formou-se em Engenharia Química em 1978 pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP). Em 1979, ingressou no corpo docente do Departamento de Engenharia Química da Universidade Federal de São Carlos (DEQ/UFSCar). Simultaneamente, iniciou o seu mestrado na EPUSP e o concluiu em 1985. No primeiro semestre de 1987, ministrou a disciplina *Análise de Processos Químicos*, do curso de Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Nesse ano, iniciou o seu doutorado também na EPUSP e o concluiu em 1992. A partir de 1992, passou a integrar o corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da UFSCar, ministrando disciplinas na área de simulação e controle de processos químicos. Em 2007, passou a integrar o corpo docente do curso de Tecnologia Sucroalcooleira da UAB-UFSCar. Foi vice-chefe do DEQ/UFSCar em 2005, e chefe no triênio 2006-2008. Em 2009, iniciou as suas atividades como tutor do Programa de Educação Tutorial do Curso de Engenharia Química da UFSCar. Ao lado dessas realizações, escreveu alguns apontamentos em controle de processos: *Introdução ao Controle de Processos Químicos com MATLAB* (volumes 1 e 2), *Controle Digital de Processos Químicos com MATLAB e SIMULINK* e *Controle Preditivo com MATLAB* publicados pela EdUFSCar.

